

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

**ESTUDIO DE SISTEMA MIMO
MULTIUSUARIO CON
COORDINACIÓN LIMITADA ENTRE
ESTACIONES BASE**



PROYECTO FIN DE CARRERA

Autor: Sergio Garrido Plasencia

Tutora: Matilde Pilar Sánchez Fernández

Departamento: Teoría de la Señal y Comunicaciones

Carrera: Ingeniería Técnica de Telecomunicación

Especialidad: Sistemas de Telecomunicación

Leganés, Mayo 2013

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecerles esto a mis padres, ya que ellos han hecho que pueda tener la suerte de tener estudios universitarios. Sin sus ganas y esfuerzo por mi educación esto no habría sido posible.

Por supuesto, gracias también a ti Matilde, por el tiempo y comprensión dedicados ante todo. Gracias por hacerme sentir bien en todo momento, y hacer que este proyecto fuera llevadero. No todos los profesores son como tú, y sinceramente, seguro que con cualquier otro, esto hubiera sido más difícil. Gracias por hacerlo posible.

Gracias a muchos de mis amigos, por estar ahí cuando los he necesitado, en especial a Tini, ya que gracias a él, el comienzo del código del programa desarrollado empezó a coger color. Gracias a todos los demás, por los ratos de descanso en la “uni”, gracias por tus ajedreces Paula, o por tus ratos de locura Vanju, o por las lecciones esporádicas de artes marciales Raquel.

Un saludo, a todos los compañeros que empezamos juntos el primer año, pero continuamos sendas diferentes, a tiempos diferentes, Guille, David, Juanma, Peter, Crespo, Mery, Paquito, Suso, Xisco, Manu, Richi, Torja...

Un agradecimiento muy especial, a un grupo de chicas que conocí los últimos años, de las cuales he aprendido mucho, gracias Asmaa, Ouidad por las risas compartidas y esos momentos vividos, y en especial a ti Nada, cómo me alegro de haberte conocido. Eres el mayor regalo que me llevo de esta universidad.

Sin embargo ahora hay algo muy preocupante en la situación en la que se encuentra este país, y es la educación que está por venir. Destrozando el sistema público conseguido con la lucha, de nuevo de nuestros padres, encareciendo el acceso a la universidad y marcando nuevamente una diferenciación de las clases sociales en la base de una sociedad: la educación de todos sus ciudadanos. Ciudadanos que con una buena formación podrían aportar un valor añadido al desarrollo del país. De esta manera se produce una desigualdad en la que tan solo unos cuantos privilegiados tendrán la “suerte” de estudiar una carrera, si se la pueden costear. Gracias padre y madre, porque yo he sido uno de esos privilegiados, y gracias por la ética y moral enseñada y aprendida, ya que me habéis enseñado a diferenciar lo justo de lo injusto, y a luchar por lo que creo justo.

Resumen

En este proyecto, realizaremos un estudio detallado de las ventajas y desventajas de los distintos tipos de precodificación usados en un canal de transmisión MIMO con coordinación limitada de las estaciones base en sistemas de comunicaciones inalámbricas celulares.

Estudiaremos diferentes escenarios, siempre en función del número de antenas que estén transmitiendo, el número de antenas que habrá recibiendo, y la coordinación existente entre las estaciones base para poder observar las mejoras en las capacidades de nuestro sistema debido a la influencia de nuestras matrices precodificadoras de canal. Todo esto entendiéndolo siempre, en relación al enlace descendente (de la estación base al usuario).

Índice

Índice

Tabla de ilustraciones

1. CAPITULO I → INTRODUCCIÓN

- 1.1 Introducción a los sistemas MIMO
- 1.2 Sistemas MIMO Multiusuario
- 1.3 Sistemas celulares
- 1.4 Sistema Coordinado
- 1.5 Clustering
- 1.6 Motivación del Proyecto
- 1.7 Objetivos
- 1.8 Contenido

2. CAPITULO II → MODELADO DEL SISTEMA

- 2.1 Modelo genérico del Sistema MIMO
- 2.2 Análisis de parámetros de rendimiento
- 2.3 Escenario MIMO multiusuario canónico
- 2.4 Diseño de Precodificadores
 - 2.4.1 Criterio ZF
 - 2.4.2 Criterio MMSE
- 2.5 Diseño completo del sistema con control de potencia coordinado

3. CAPITULO III → MODELO DE SIMULACIÓN

3.1 Canal

3.1.1 Criterio ZF

3.1.2 Criterio MMSE

3.2 Usuarios

3.3 Estaciones base

4. CAPITULO IV → RESULTADOS

4.1 Primer conjunto de gráficas:

4.1.1 Gráficas para $r = 1$, $t = 1$ y 150 iteraciones.

4.1.1.1 Subconjunto de gráficas $r = 1$, $t = 1$ variando SNR:

4.1.2 Gráficas para $r = 2$, $t = 2$ y 150 iteraciones.

4.1.2.1 Subconjunto de gráficas $r = 2$, $t = 2$ variando SNR.

4.1.3 Gráficas para $r = 3$, $t = 3$ y 150 iteraciones.

4.1.3.1 Subconjunto de gráficas $r = 3$, $t = 3$ variando SNR.

4.1.4 Gráficas para $r = 4$, $t = 4$ y 150 iteraciones.

4.1.4.1 Subconjunto de gráficas $r = 4$, $t = 4$ variando SNR.

4.2 Segundo conjunto de gráficas

4.2.1 Gráficas para SNR=10

4.2.2 Gráficas para SNR=12

4.2.3 Gráficas para SNR=14

4.2.4 Gráficas para SNR=16

4.2.5 Gráficas para SNR=18

4.2.6 Gráficas para SNR=20

5. CAPITULO V → CONCLUSIONES Y LIENEAS FUTURAS

5.1 Conclusiones

5.1.1 Resultado de las simulaciones

5.1.2 Conclusiones generales

5.2 Líneas futuras

ANEXO I → PRESUPUESTO

BIBLIOGRAFÍA

Tabla de Ilustraciones

- Ilustración 1- Sistema MIMO con diferentes tipos de diversidad espacial [11].
- Ilustración 2- Sistema MIMO multiusuario.
- Ilustración 3- Canal de comunicación MIMO [12].
- Ilustración 4- Sistema Celular [13].
- Ilustración 5- Reutilización de frecuencias [14].
- Ilustración 6- Sistema MIMO con múltiples antenas transmisoras y receptoras [15].
- Ilustración 7- Modelado Sistema MIMO de estudio.
- Ilustración 8- Modelado Sistema MIMO con precodificación en recepción.
- Ilustración 9- Modelado del Sistema MIMO, con parámetro de control.
- Ilustración 10- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF $t=1, r=1$.
- Ilustración 11- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE $t=1, r=1$.
- Ilustración 12- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b $t=1, r=1$.
- Ilustración 13- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR $t=1, r=1$.
- Ilustración 14- Comparación R_b vs SNR variable, criterio ZF $t=1, r=1$.
- Ilustración 15- Comparación R_b vs SNR variable, criterio MMSE $t=1, r=1$.
- Ilustración 16- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF $t=2, r=2$.
- Ilustración 17- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE $t=2, r=2$.
- Ilustración 18- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b $t=2, r=2$.
- Ilustración 19- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR $t=2, r=2$.
- Ilustración 20- Comparación R_b vs SNR variable, criterio ZF $t=2, r=2$.
- Ilustración 21- Comparación R_b vs SNR variable, criterio MMSE $t=2, r=2$.
- Ilustración 22- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF $t=3, r=3$.
- Ilustración 23- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE $t=3, r=3$.
- Ilustración 24- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b $t=3, r=3$.
- Ilustración 25- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR $t=3, r=3$.
- Ilustración 26- Comparación R_b vs SNR variable, criterio ZF $t=3, r=3$.
- Ilustración 27- Comparación R_b vs SNR variable, criterio MMSE $t=3, r=3$.
- Ilustración 28- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF $t=4, r=4$.
- Ilustración 29- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE $t=4, r=4$.
- Ilustración 30- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b $t=4, r=4$.
- Ilustración 31- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR $t=4, r=4$.
- Ilustración 32- Comparación R_b vs SNR variable, criterio ZF $t=4, r=4$.
- Ilustración 33- Comparación R_b vs SNR variable, criterio MMSE $t=4, r=4$.
- Ilustración 34- CDF, criterio ZF, comparación R_b vs Antenas, SNR=10
- Ilustración 35- CDF, criterio MMSE, comparación R_b vs Antenas, SNR=10

- Ilustración 36- CDF, criterio ZF, comparación Rb vs Antenas, SNR=12
- Ilustración 37- CDF, criterio MMSE, comparación Rb vs Antenas, SNR=12
- Ilustración 38- CDF, criterio ZF, comparación Rb vs Antenas, SNR=14
- Ilustración 39- CDF, criterio MMSE, comparación Rb vs Antenas, SNR=14
- Ilustración 40- CDF, criterio ZF, comparación Rb vs Antenas, SNR=16
- Ilustración 41- CDF, criterio MMSE, comparación Rb vs Antenas, SNR=16
- Ilustración 42- CDF, criterio ZF, comparación Rb vs Antenas, SNR=18
- Ilustración 43- CDF, criterio MMSE, comparación Rb vs Antenas, SNR=18
- Ilustración 44- CDF, criterio ZF, comparación Rb vs Antenas, SNR=20
- Ilustración 45- CDF, criterio MMSE, comparación Rb vs Antenas, SNR=20
- Ilustración 46- Tasa de datos Rb, por usuario, criterio ZF $t=4$, $r=1$.
- Ilustración 47- Tasa de datos Rb, por usuario, criterio MMSE $t=4$, $r=1$.
- Ilustración 48- CDF comparación MMSE vs ZF frente a Rb $t=4$, $r=1$.
- Ilustración 49- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR $t=4$, $r=1$.

CAPITULO I: “Introducción”

1.1- Introducción a los sistemas MIMO

En estos últimos años de evolución en los sistemas de telecomunicaciones, tanto en investigación como en tecnologías, se ha ido persiguiendo como objetivo la obtención de mayores anchos de banda, la mejora de la señal frente al ruido, la reducción de la interferencia, la optimización de las modulaciones o sistemas de multiplexado de códigos. Sin embargo, las posibles soluciones estarán siempre limitadas por lo que a la ocupación eficiente del espectro radioeléctrico se refiere, es decir, lo saturado que este se encuentra. Debido a esto, se debe optar por la investigación de técnicas más eficientes que satisfagan las nuevas necesidades y solucionen estos problemas, es entonces donde nace la implementación de la tecnología **MIMO** (*Multiple Input-Multiple Output*) frente a la **SISO** (*Single Input – Single Output*) actual, aportando otros tipos de conceptos para poder explotar nuevas propiedades en los sistemas de telecomunicación.

El desarrollo de estas tecnologías deben enfrentar dos problemas que presentan los sistemas de comunicación inalámbricos, siendo el primero anteriormente ya citado:

1.-) El espectro de frecuencia es un recurso escaso y limitado.

2.-) Las condiciones de transmisión son hostiles debido al medio en el que se transmite, es decir, el espacio libre, lo cual provoca pérdidas multitrayecto al no encontrarnos en un medio confinado. Esto es producto de los diferentes caminos que puede tomar la señal transmitida hasta llegar al receptor, viéndose afectada por obstáculos. Estos pueden ser de diferentes tipos, tanto climáticos como por las condiciones urbanas (edificios), lo que provocará la dispersión de las ondas electromagnéticas, pudiendo llegar la señal transmitida con distinta frecuencia o diferentes ángulos, y de este modo afectar como variaciones aleatorias en el nivel de la señal. A esto podríamos añadir también la interferencia provocada debido a la presencia de otros usuarios en nuestro sistema.

En este sentido, la utilización de tecnologías que presenten eficiencia espectral y confiabilidad en la transmisión, se torna esencial. Los nuevos sistemas de comunicaciones MIMO, han demostrado cómo combatir estos dos problemas [1]:

- En primer lugar y respecto al primer problema, se emplea el **multiplexado espacial**, mediante el cual se incrementa la eficiencia espectral, es decir, con el

mismo ancho de banda se puede transmitir o recibir más información, porque las diferentes antenas proporcionan canales de propagación distintos usados en paralelo e independientes. En general, el número de canales de datos que pueden ser soportados por un canal MIMO viene dado por el mínimo número de antenas transmisoras, ' t ', y el mínimo número de antenas receptoras, ' r ', es decir, $\min(r, t)$. En el caso de un escenario multi-usuario, el número de canales será el $\min(Nr, Mt)$ donde N es el número de usuarios, M el número de BTS (Base Transceiver Station). Esta ganancia quedará caracterizada como el producto de $(N \times r) \times (M \times t)$.

- Respecto al segundo problema y en segundo lugar, explotando la ***diversidad espacial***, es decir, que gracias al incremento del número de antenas tanto en transmisión como en recepción, se consigue una separación espacial, que combate el desvanecimiento multitrayecto [2], al poder transmitir y recibir por diferentes antenas. Por esto mismo, se producirá la recepción de múltiples copias de la señal por caminos independientes, pudiendo de este modo evitar el desvanecimiento multitrayecto, al poder elegir la copia menos afectada por estas pérdidas, y así, aumentar la relación de señal frente a ruido (SNR). Esta ganancia vendrá dada por el producto de $(r \times t)$.
- Por último cabe destacar una última característica de estos sistemas, la ***ganancia de array***, es decir, la ganancia que crean las t antenas transmisoras (de cada BTSs) debido a su posicionamiento físico, lo que supondrá una mejora por la combinación coherente de las señales inalámbricas en el receptor, ya que se incrementa la SNR , mejorando de esta manera la resistencia al ruido y la cobertura en la red inalámbrica al disminuir las interferencias.

Se ha demostrado en [1], que el incremento tanto en recepción como en transmisión del número de antenas (MIMO), mejora el sistema de comunicación, al contrastar la mejora producida en la relación señal a ruido más interferencia ($SNIR$, Signal to Noise plus Interferente Ratio) o la tasa de transmisión (R_b) frente a un sistema SISO. Estas demostraciones se llevan a cabo en un escenario controlado en transmisiones punto a punto o punto a multipunto, donde uno de los elementos más importantes son las interferencias introducidas por el resto de celdas.

Según podemos ver en la *ilustración 1*, se nos muestran varias de las combinaciones que se pueden dar a partir del uso (ó número) de las antenas en transmisión y recepción (diferentes tipos de diversidad espacial). Si la emisión – recepción se da con una sola antena, lo denominamos SISO (Single Input – Single Output). Si tenemos una única antena de recepción y varias para emisión se denominará MISO (Multiple Input – Single Output). Cuando es a la inversa, es decir varias antenas de recepción y una sola de emisión tendremos lo que se denomina SIMO (Single Input –Multiple Output) y

finalmente para varias antenas de recepción – emisión tendremos la denominación más conocida como MIMO (Multiple Input – Multiple Output).

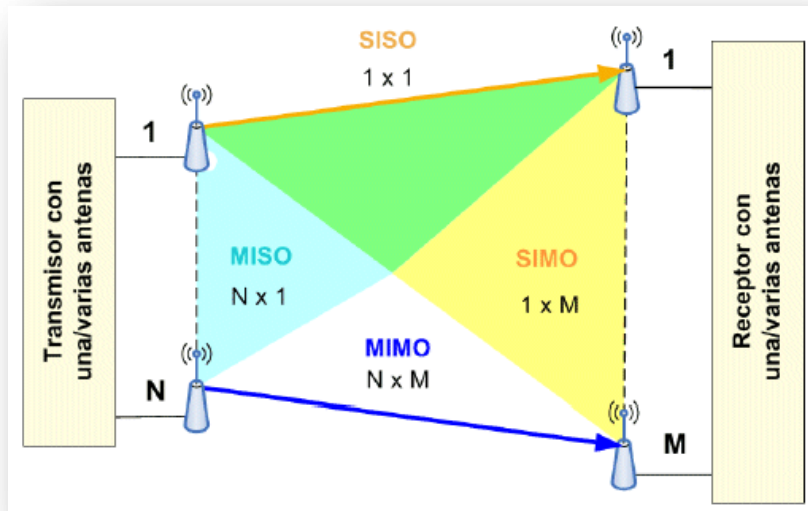


Ilustración 1- Sistema MIMO con diferentes tipos de diversidad espacial [11]

La mayoría de trabajos publicados hasta la fecha en este ámbito se han centrado en las comunicaciones MIMO punto a punto. Sin embargo, en los últimos años el interés por MIMO se ha extendido a entornos multi-usuario, donde se estudian escenarios más complejos y realistas, que satisfagan las nuevas necesidades de los sistemas de comunicaciones de tercera y cuarta generación, como pueden ser el incremento de servicios multimedia o el acceso a internet de banda ancha a través de la red móvil.

1.2- Sistemas MIMO Multiusuario:

En general, en un sistema MIMO multiusuario, lo que se pretende es que las M BTS del sistema, dispuestas con t antenas cada una de ellas, transmitan información de cada usuario a las r antenas de los N usuarios del sistema, es decir, se transmiten múltiples señales simultáneamente a la misma frecuencia, compartiendo el mismo radiocanal, y aprovechando la propagación multicamino, aumentando de este modo la eficiencia espectral.

Por consiguiente, se usaran modelos precodificadores en las estaciones base, que permitirán, en función de su eficiencia, una buena o muy buena separación entre los canales de datos de cada usuario, y de este modo, minimizar las interferencias.

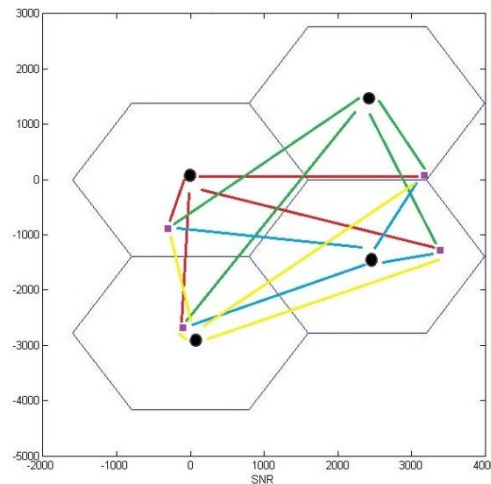


Ilustración 2- Sistema MIMO multiusuario

En la *ilustración 2*, podemos observar todas las comunicaciones/canales que se establecen en el sistema, desde las estaciones base (puntos negros) hacia los usuarios (cuadrados violetas), sin tener en cuenta (en este ejemplo) el número de antenas (subcanales).

A lo largo de este proyecto, desarrollaremos un sistema MIMO multiusuario y coordinado, con $M = 4$ estaciones base (BTS) y $N = 4$ usuarios finales, pudiendo variar el número de antenas a usar tanto en transmisión como en recepción para el estudio de diversos escenarios como veremos en capítulos posteriores. También profundizaremos en la importancia de hacer agrupaciones de celdas en un sistema celular (clusters) así como de la comunicación de las BTS del mismo cluster para poder obtener la información del canal; lo cual es indispensable en este tipo de sistemas.

En estos sistemas, gracias a las múltiples antenas transmisoras y receptoras, se puede manejar información para multitud de usuarios sin limitarse a la de uno solo. Por lo tanto, se necesitará transmitir tantas ráfagas como usuarios tenga el sistema aprovechándonos de las ventajas y características de esta tecnología anteriormente ya citadas.

El canal MIMO contiene gran número de enlaces de comunicación, en función de las antenas transmisoras y receptoras de las que conste el sistema, y todos y cada uno de

estos enlaces utiliza la misma frecuencia para la propagación de su información, de ahí que el gran reto de esta tecnología sea la separación y procesamiento independiente de las ráfagas de información para cada uno de los distintos usuarios.

De esta manera podemos observar que el gran número de enlaces que podrá albergar nuestro canal de comunicación, será una matriz de subcanales equivalentes, de tal modo que para cada usuario tengamos un canal dividido en subcanales en función de las múltiples antenas receptoras y transmisoras, como podemos observar en la *ilustración 3*.

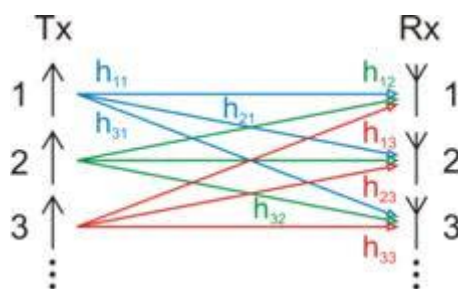


Ilustración 3- Canal de comunicaciones MIMO [12]

La importancia del conocimiento del canal se vuelve evidente, ya que, a partir del armado de canales de transmisión, y si se conoce el estado del canal en el transmisor, es posible transmitir de forma más eficiente, repartiendo adecuadamente la potencia entre los transmisores. Por el contrario si se desconoce el estado del canal en transmisión, el reparto de potencia entre antenas se realizará de manera uniforme y por tanto de manera menos efectiva. Por ello el conocimiento del canal en transmisión y recepción permite conformar el sistema MIMO óptimo en transmisión y recepción.

Dentro de este tipo de distribución multiusuario, tendríamos dos tipos de enlace:

- El descendente, también denominado broadcast (*Broadcast channel*), de la BTS a todos los usuarios.

- El ascendente (de los usuarios a la estación base) este sería de tipo acceso múltiple (*MAC multiple-access channel*).

Uno de los problemas de esta tecnología estaría en el canal MIMO en el enlace descendente, al difundirse la información destinada para un solo usuario a todos los usuarios del sistema, debido a la falta de cooperación entre los usuarios en la etapa de detección, lo cual impide que las técnicas diseñadas para sistemas MIMO punto a punto se puedan aplicar de forma directa en este tipo de entornos. Por lo cual, para

solucionarlo, se debe realizar una fase de pre procesamiento en la estación base, para que sea posible evitar la interferencia entre usuarios de tal manera que la información puede ser detectada en el otro extremo de la comunicación sin interacción entre los usuarios. Esta técnica es conocida como precodificación, y puede aplicarse de forma lineal o no lineal.

Lo más costoso de este tipo de sistemas y donde más hincapié se debe hacer es en esta idea de las interferencias entre usuarios. Para solucionarlo, y como hemos comentado, se investigan numerosos tipos de precodificación así como técnicas ya citadas. Entre estas técnicas de precodificación caben destacar el uso del criterio ZF (Zero-Forcing) o MMSE (Minimum Mean Squared Error) en las que profundizaremos posteriormente más detenidamente.

Cada una de las distintas configuraciones MIMO llevadas a cabo en este proyecto, se presenta desde el punto de vista de las técnicas y algoritmos propuestos para resolver distintos criterios de optimización.

Como información adicional, cabe destacar que la primera Release de LTE (*Long Term Evolution*) contempla estructuras MIMO multi-usuario, pero tan sólo con una antena operativa en el receptor móvil [3].

1.3- Sistemas Celulares:

El concepto de sistema celular fue un gran avance para la resolución del problema de la congestión espectral y de la capacidad del sistema. Antiguamente, estos sistemas ofrecían una gran capacidad en una localización limitada del espectro radioeléctrico sin grandes avances tecnológicos, debido a que la demanda en esos momentos del mercado no era tan solicitada.

En un primer momento la técnica de acceso FDMA/FDD (Frequency Division Multiple Access/Frequency Division Duplex) era la más utilizada ya que permitía con una única estación base transmitir a varios usuarios utilizando división en frecuencia y doble frecuencia por cada usuario para hacer la comunicación bidireccional (transmisión, recepción).

Posteriormente, la idea principal consistió en un sistema basado en clusters, los cuales están divididos en celdas, cada una con su correspondiente BTS, y donde cada una proporciona cobertura a una pequeña porción del área de servicio del sistema completo. Con las tecnologías anteriores como GSM (Global System for Mobile communications), a cada BTS se le asignaba una porción del número total de canales disponibles en el sistema completo, y a las celdas colindantes se les asignaban diferentes grupos de

canales de forma que las interferencias entre las distintas estaciones base (y entre los usuarios móviles bajo su dominio) se vieran reducidas.

El método usado para estos sistemas es la **reutilización de frecuencias**, el cual permite a un mismo radio enlace ser usado simultáneamente en múltiples transmisores mientras estos estén suficientemente separados para que la interferencia entre dichas BTS con el mismo canal se mantenga por encima de unos niveles mínimos aceptables.

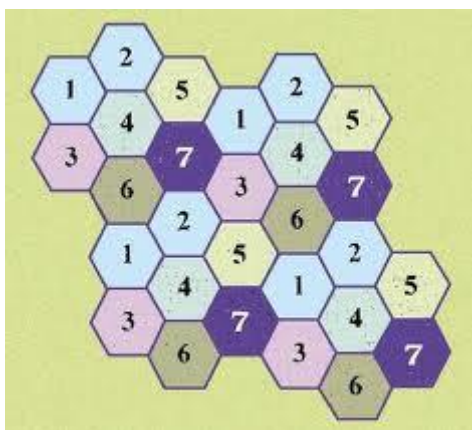


Ilustración 4- Sistema Celular [13]

En la *ilustración 4*, podemos observar un ejemplo de un sistema celular compuesto por 4 cluster de 7 celdas cada uno, donde cada una de ellas emitirá a una frecuencia distinta dentro del mismo cluster, repitiéndose estas tan solo en los adyacentes.

Es en estos sistemas donde aparece el término “handover” ó traspaso, el cual consiste en cambiar la asignación de la estación base a un usuario concreto, que debido a su movimiento está pasando de un sector a otro, y por tanto otra estación pasará a darle servicio antes de que la calidad de la señal sea insuficiente.

Aumentando día a día la demanda tanto de usuarios como de servicios, es necesario la utilización de nuevas tecnologías que satisfagan las nuevas necesidades (mayor requerimiento de ancho de banda) y solucionen los problemas planteados. Es entonces cuando podemos empezar a hablar de sistemas MIMO, uno de cuyos principales objetivos (como ya señalamos), es poder usar al completo el espectro radioeléctrico emitiendo a cualquier frecuencia, explotando otro tipo de características de los sistemas de comunicación.

1.4- Sistema Coordinado:

En nuestro estudio, ampliaremos el esquema tipo MIMO explicado anteriormente, con un detalle muy importante, coordinaremos las estaciones base en el enlace descendente y eliminaremos las interferencias entre usuarios mediante distintas técnicas de precodificación, como será el criterio de forzado a cero (ZF) o el mínimo error cuadrático medio (MMSE).

Los sistemas celulares están de forma inherente limitados por la interferencia y esto evita conseguir todas las mejoras esperadas con la introducción de la tecnología MIMO, pero si lograr gran parte de ellas.

La multiplexación por división espacial (Space-Division Multiplexing) en esta tecnología, necesita una alta relación señal a ruido interferente ($SNIR$) para funcionar correctamente. El problema es que debido a las interferencias introducidas por usuarios adyacentes, la $SNIR$ es demasiado baja para alcanzar el funcionamiento óptimo de la tecnología MIMO.

Se puede minimizar la interferencia interusuario en las redes MIMO si la interferencia es conocida por los transmisores, es decir, se pueden eliminar estas forzando a cero (ZF) si la información es conocida por todas las BTSs de un cluster (*Sistema coordinado*). Por lo que se elimina de manera conjunta, con coordinación coherente en la transmisión de las estaciones base de la red, siempre que estas conozcan todas las señales del enlace descendente (*conocimiento del estado del canal*).

Como ya dijimos, el conocimiento del canal resulta de gran utilidad, ya que permite desarrollar técnicas que eviten las interferencias generadas por usuarios adyacentes. Permite realizar una codificación en la señal transmitida de tal manera que al llegar la señal al receptor habiendo atravesado el medio, la interferencia del canal no influya en la señal enviada.

Como resumen, con esta técnica se busca como ya se ha comentado, el eliminar las interferencias introducidas por las celdas adyacentes del sistema mediante la coordinación coherente de las bases, de tal manera que las señales provenientes de usuarios de otras celdas siempre sean cero, consiguiendo esto a través de transmisiones ortogonales entre los usuarios de distintas celdas, cuyas estaciones base están coordinadas, es decir, pertenecen al mismo cluster.

1.5- Clustering:

Como hemos dicho en puntos anteriores, el clustering comienza como la mejor solución para hacer efectivos los primeros sistemas de comunicación, empleando siempre la reutilización de frecuencias y la división en celdas, para poder combinar tanto el ancho de banda disponible como el número de usuarios del sistema completo. A partir de este momento, se empiezan a hacer agrupaciones de J celdas que usan el conjunto completo de frecuencias disponibles para la red celular, es a esto a lo que conocemos como cluster. En el sistema completo era usual que ese cluster se repitiera X veces (empleando siempre la conocida distancia de reutilización, la cual nos permitía usar las mismas frecuencias por celda que el cluster anterior, pero sin interferir en la comunicación).

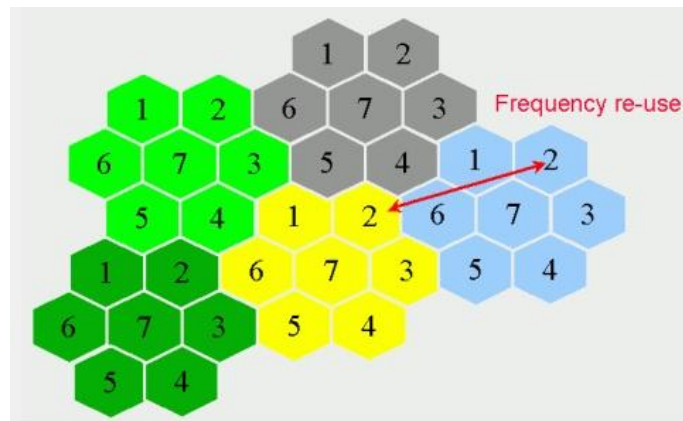


Ilustración 5- Reutilización de frecuencias[14]

En este ejemplo podemos observar la reutilización de frecuencias, donde sucede lo comentado anteriormente. Fijándonos en las celdas '2', que transmitirán a la misma frecuencia, ya que cumplen la distancia de reutilización, idem para el resto de celdas de cada cluster.

Esto llevó a la realización de estudios que establecieran las mejores configuraciones, buscando siempre un equilibrio entre el número de celdas del cluster para evitar la interferencia que podría existir con los clusters vecinos y aumentar la capacidad de servicio.

El resultado de estos estudios, a la hora de realizar las agrupaciones de un sistema celular, tendrían en cuenta pues, que el número de celdas no puede tomar cualquier valor, ya que depende de la distancia de reutilización, del radio de la celda y de la posición de esta en el eje de coordenadas, por lo que J , solo puede ser una valor dentro

de lo que conocemos como números rómicos 3,4,7,9,12,13,16,19,21,25,etc. Siendo los más típicos los de 4, 7, 12 o 21 celdas, ya que al ser clusters con menor número de celdas se posee mayor número de canales por celda.

En el caso de las agrupaciones dentro del sistema de nuestro estudio, no tendremos diferentes frecuencias, sino que podremos transmitir a cualquier frecuencia desde cualquier celda de nuestro sistema. Como ya vimos, esto será posible gracias a las técnicas MIMO, que intentarán minimizar las interferencias de las celdas que transmitan a la misma frecuencia.

En nuestro sistema, las BTS del mismo cluster, estarán coordinadas para poder eliminar las interferencias de los usuarios del mismo cluster de manera prácticamente automática.

1.6-Motivación del Proyecto:

Debido a la evolución de las comunicaciones y las tecnologías, día a día se incrementan el número de clientes así como la variedad de servicios que estos demandan. En este ámbito, se entiende que se debe proporcionar al cliente unos servicios personalizados, donde quiera que este, permitiendo su movilidad, lo cual requerirá tecnologías inalámbricas adecuadas a las nuevas necesidades. A parte de los usos tradicionales como voz y mensajería, ahora se requieren servicios multimedia y de datos de gran ancho de banda, lo cual nos hace pensar en si son viables los modelos empleados hasta el momento para estos últimos requisitos [4]. El gran ancho de banda demandado así como la nueva capacidad requerida en los canales, nos lleva a la clave; el espectro electromagnético es un recurso natural del que dependen una gran cantidad de aplicaciones y servicios y tiene sus limitaciones.

Por lo tanto, es imprescindible que, desde un punto de vista tecnológico, se desarrollen nuevas técnicas que sean capaces de satisfacer la creciente demanda de servicios inalámbricos mediante un uso eficiente del espectro electromagnético. Los sistemas MIMO aparecen como un nuevo paradigma capaz de aunar ambos objetivos en ciertos entornos.

Llegados a este punto, entendemos que nuestro principal objetivo, será anular las interferencias de los usuarios, al poder transmitir libremente dentro de la zona correspondiente del espectro y mejorar las prestaciones de estos sistemas tanto en tasa de datos como en relación señal a ruido interferente. Es este pues, el punto de comienzo de nuestro proyecto.

1.7-Objetivos:

Los objetivos de este proyecto de fin de carrera se pueden resumir en:

- Proporcionar una visión general de los sistemas celulares.
- Presentar los aspectos generales que constituyen un sistema MIMO.
- Llevar a cabo el estudio y la simulación de técnicas de precodificación para ciertos casos particulares de configuración del sistema MIMO con coordinación limitada.
- Realizar una comparativa entre las distintas técnicas de precodificación.
- Realizar medidas y simulaciones de parámetros de calidad de los sistemas de comunicación (tasa de datos, potencias, error cuadrático y relación señal a ruido interferente)
- Realizar una comparativa entre las distintas medidas de calidad, extraer conclusiones y proponer posibles líneas futuras de trabajo.
- Todo esto, mediante la creación de un programa en *matlab*, que se encargue de computar, con todos estos criterios, las medidas deseadas para nuestras simulaciones.

1.8-Contenido:

El proyecto se va a dividir en cinco capítulos principales más un anexo, teniendo como objetivo a lo largo de esta memoria, que el lector sea capaz de comprender el objeto de nuestro estudio.

- El primer capítulo está dedicado a desarrollar los conocimientos básicos sobre los diferentes tipos de sistemas MIMO, así como la evolución tecnológica que ha llevado a ellos, de forma que sean comprensibles las técnicas de agrupación de un sistema celular, transmisiones con múltiples antenas en sistemas coordinados y cancelación de las interferencias de clusters contiguos.

- En el segundo, encontraremos el modelado de un sistema MIMO genérico multiusuario, en el que buscaremos la coordinación de las estaciones base en el enlace descendente y la eliminación de las interferencias, entrando en el análisis de dicho sistema detalladamente, hablando de la composición del canal, los parámetros para medir la eficiencia de dicho canal, así como el diseño de las matrices precodificadoras que anularán las interferencias entre usuarios, con el criterio de forzado a cero (ZF) ó el

de mínimo error cuadrático medio (MMSE) diseñando a su vez un control de potencia coordinado del sistema completo. En este capítulo nos apoyaremos en la *literatura* [5].

- Una vez estudiados todos los modelos teóricos a tener en cuenta para el desarrollo de nuestro estudio, proseguiremos con el análisis del modelo empleado en la simulación de nuestro proyecto, generando el espacio celular, situación de las estaciones base y de los usuarios en el mismo, y sobre todo, hablando detenidamente del canal y de las distintas configuraciones posibles del mismo en cuanto a lo que a la cancelación de interferencias entre usuarios se refiere.

- Posteriormente y una vez presentados los métodos de precodificación realizados, presentaremos los resultados de las distintas configuraciones posibles (en función del número de antenas transmitiendo o recibiendo) para poder comparar (en función de la precodificación empleada) los parámetros de eficiencia de nuestro sistema, como serán: la relación señal a ruido más interferencia ($SNIR$), la tasa de bits transmitidos (R_i) y la SNR (relación señal a ruido).

- Por último extraeremos las conclusiones adecuadas y hablaremos de las líneas futuras que abrirá este tipo de tecnología, así como presentaremos en el anexo, el presupuesto que sería necesario para la realización de este proyecto.

CAPITULO II: “Modelado del sistema”

2.1-Modelo genérico del sistema MIMO:

A lo largo de todo el estudio, consideraremos un sistema **MIMO** con N usuarios, provistos de ‘ r ’ antenas de recepción, y M BTS con ‘ t ’ antenas de transmisión.

El desarrollo de este sistema MIMO distribuido, con $M \times t$ antenas en transmisión y $N \times r$ antenas en recepción, nos hace entender, que para la optimización del sistema y evitar la pérdida de flujos de datos necesitamos en los diseños a realizar que siempre se cumpla la condición de $M \times t > N \times r$.

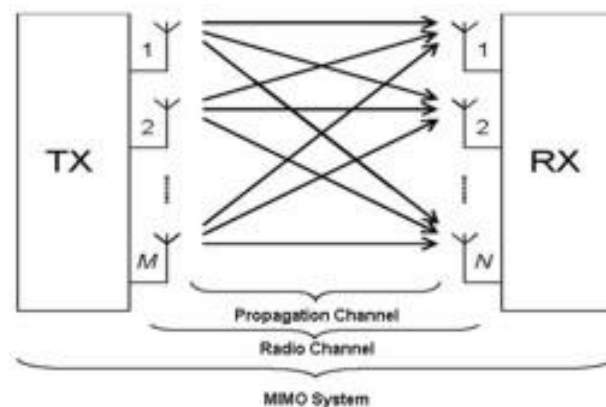


Ilustración 6- Sistema MIMO con múltiples antenas transmisoras y receptoras [15]

Por lo explicado en el párrafo anterior, el lector puede notar que se describe el enlace descendente, donde las BTSs actúan como transmisoras y los usuarios como receptores. Sin embargo, todos los cálculos realizados a lo largo de este proyecto para este caso, puede asumirse prácticamente iguales para el canal ascendente, simplemente cambiando las palabras BTS por usuario y viceversa, pero tan solo analíticamente, ya que no existirá coordinación entre los usuarios a la hora de transmitir. Por lo tanto, mantendremos una notación derivada del enlace descendente, considerando lo previamente citado a menos que se indique lo contrario.

Asumimos, como en todo sistema de comunicaciones móviles, que la señal emitida propagada por el canal, se ve afectada por pérdidas de reflexión, refracción y scattering. Por lo que aplicaremos los modelos de pérdidas de *path-loss*, *log-normal shadowfading* y *Rayleigh fading*. Debido a esto, el canal quedará representado por una matriz $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times M_t}$, donde, $(\mathbf{H})_{i,j}^{k,l}$, represente la atenuación total y el desplazamiento de fase entre la señal enviada por la antena transmisora l -ésima en la estación base (BTS) j -ésima, y la señal recibida por la antena receptora k -ésima del usuario i -ésimo.

El procesamiento de la señal en la mayoría de los casos es llevado a cabo tanto por el transmisor como el receptor. En nuestro caso, la mayor parte de procesamiento se realizará en el transmisor, es decir en las BTSs, empleando un filtrado lineal a lo largo del proyecto.

El sistema será diseñado para transmitir K flujos de datos en paralelo, desde cada antena transmisora a cada antena receptora, los cuales están agrupados en el vector $\mathbf{u} \in \mathbb{C}^k$ que será considerado a lo largo de todo el proyecto como un vector aleatorio con una matriz de autocorrelación arbitraria \mathbf{R}_u , sin embargo, la mayoría de las formulaciones en la literatura considera el vector \mathbf{u} a transmitir como blanco (tanto espacialmente como en el dominio del tiempo), gaussiano y unidad, por lo que su matriz de autocorrelación será $\mathbf{R}_u = \mathbf{I}$. Este vector \mathbf{u} con los K flujos de datos, será linealmente precodificado por el filtro de transmisión $\mathbf{W}_{tx} \in \mathbb{C}^{M_t \times k}$, por lo que el conjunto final de símbolos transmitidos por la estación base será $\mathbf{x} = \mathbf{W}_{tx}\mathbf{u} \in \mathbb{C}^{M_t}$.

La señal recibida en los receptores, será un vector $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_r}$, el cual supone la salida del canal \mathbf{H} cuando es excitado por el vector de transmisión de señal \mathbf{x} , más un ruido aditivo blanco gaussiano modelado por el vector $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r}$. A pesar de que normalmente en la mayoría de los casos se asume que el ruido es idéntico en todas las N_r antenas receptoras siendo las muestras de ruido correspondientes a las distintas antenas incorrelado, asumiremos por ahora un escenario más general donde \mathbf{n} es un proceso estocástico blanco y gaussiano con una matriz de autocorrelación $\mathbf{R}_n \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$. Esta formulación permitirá posteriormente una correlación arbitraria entre las muestras de ruido de las diferentes antenas del sistema.

Como resultado [6], podemos escribir la salida final del canal como [1]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{H}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{u} + \mathbf{n} \quad (2.1.1)$$

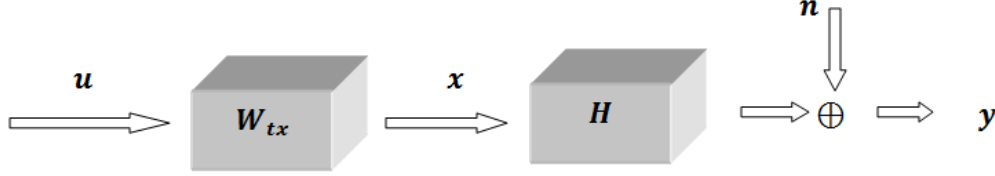


Ilustración 7- Modelo sistema MIMO de estudio

Este sería el resultado final que le llega a cada usuario receptor, donde debemos entender que el número máximo de flujos de datos en paralelo que aparecerán en nuestro canal viene determinado por el rango de la matriz de canal \mathbf{H} . Por lo tanto, y debido a la hipótesis inicial de que $Mt \geq Nr$, tenemos que $K \leq \min(Mt, Nr)$ lo que implica que $K \leq Nr$. Sería sumamente extraño encontrar una matriz de canal con un rango más pequeño que Nr , por lo tanto, asumiremos a partir de ahora que $K = Nr$ para simplificar la notación, excepto que se notifique lo contrario.

Como hemos podido observar, entendemos que los vectores \mathbf{u} , \mathbf{x} e \mathbf{y} , así como la matriz de canal \mathbf{H} o de precodificación \mathbf{W}_{tx} , en general, contendrán siempre la información de N usuarios diferentes, por lo que resultará útil establecer un modelo genérico del sistema que pueda mostrarnos los distintos subcanales a nivel de usuario.

Consideraremos a partir de este punto las siguientes particiones de vectores y matrices para un desarrollo explicativo más adecuado de nuestro modelo de sistema MIMO.

- El vector de símbolos \mathbf{u} está establecido como:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_N \end{pmatrix} \quad (2.1.2)$$

Donde $\mathbf{u}_i \in \mathbb{C}^r \forall i = 1, \dots, N$, es el conjunto de símbolos a ser transmitido en los r flujos de datos del usuario i -ésimo.

- La matriz de precodificación es dividida de la siguiente manera:

$$\mathbf{W}_{tx} = \begin{pmatrix} (\mathbf{W}_{tx})_{1,1} & (\mathbf{W}_{tx})_{1,2} & \cdots & (\mathbf{W}_{tx})_{1,N} \\ (\mathbf{W}_{tx})_{2,1} & (\mathbf{W}_{tx})_{2,2} & \cdots & (\mathbf{W}_{tx})_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{W}_{tx})_{M,1} & (\mathbf{W}_{tx})_{M,2} & \cdots & (\mathbf{W}_{tx})_{M,N} \end{pmatrix} \quad (2.1.3)$$

Donde se representa $(\mathbf{W}_{tx})_j \in \mathbb{C}^{t \times Nr}$, como la porción correspondiente de obtener los t -símbolos enviados por la j -ésima estación base, $(\mathbf{W}_{tx})^i \in \mathbb{C}^{Mt \times r}$ que es la porción de precodificación encargada de llevar la información de los r flujos de datos del i -ésimo usuario, y finalmente $(\mathbf{W}_{tx})_{j,i} \in \mathbb{C}^{t \times r}$, con lo que queda representada como el bloque precodificador correspondiente a la contribución de los r flujos de datos de los i -ésimos usuarios, a los t símbolos transmitidos por las j -ésimas estaciones base.

Donde cada bloque precodificador, entrando en detalle será:

$$(\mathbf{W}_{tx})_{j,i} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_{tx1,1} & \cdots & \mathbf{W}_{tx1,r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{W}_{tx t,1} & \cdots & \mathbf{W}_{tx t,r} \end{pmatrix} \quad (2.1.4)$$

Donde $\mathbf{W}_{txl,k}$, representa el término precodificador para la información de canal transmitida por la antena l -ésima de la BTS j -ésima y la recibida por la antena k -ésima del usuario i -ésimo.

- El vector de señal transmitido se traducirá como:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix} \quad (2.1.5)$$

Donde $\mathbf{x}_i \in \mathbb{C}^t \forall j = 1, \dots, M$, representa el conjunto de símbolos enviados por las j -ésimas estaciones base ya precodificados.

- La matriz de canal \mathbf{H} se divide de manera similar que \mathbf{W}_{tx} pero teniendo en cuenta que las dimensiones están invertidas:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H})_{1,1} & (\mathbf{H})_{1,2} & \cdots & (\mathbf{H})_{1,M} \\ (\mathbf{H})_{2,1} & (\mathbf{H})_{2,2} & \cdots & (\mathbf{H})_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{H})_{N,1} & (\mathbf{H})_{N,2} & \cdots & (\mathbf{H})_{N,M} \end{pmatrix} \quad (2.1.6)$$

De este modo y de manera similar a \mathbf{W}_{tx} , podemos interpretar, $(\mathbf{H})_i \in \mathbb{C}^{r \times Mt}$, como la división correspondiente a la información de canal vista por el usuario i -ésimo respecto a todas las estaciones base del sistema, y donde $(\mathbf{H})^j \in \mathbb{C}^{Nr \times t}$, será por el contrario la información de canal vista por la estación base j -ésima respecto a todos los usuarios del sistema, y finalmente, $(\mathbf{H})_{i,j} \in \mathbb{C}^{r \times t} \forall i = 1, \dots, N \ j = 1, \dots, M$ es el canal visto entre el usuario i -ésimo y la estación base j -ésima.

Y de nuevo entrando en detalle:

$$(\mathbf{H})_{i,j} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{1,1} & \cdots & \mathbf{H}_{1,t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{r,1} & \cdots & \mathbf{H}_{r,t} \end{pmatrix} \quad (2.1.7)$$

Donde $\mathbf{H}_{k,l}$, representa la información de canal recibida por la antena k -ésima del usuario i -ésimo, respecto a la transmitida por la antena l -ésima de la j -ésima BTS.

- El vector de ruido \mathbf{n} es expresado como:

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_N \end{pmatrix} \quad (2.1.8)$$

Siendo $\mathbf{n}_i \in \mathbb{C}^r \forall i = 1, \dots, N$ el vector de ruido blanco gaussiano recibido por las r antenas receptoras del i -ésimo usuario.

- Finalmente, el vector de señal recibida \mathbf{y} , dispuesto del mismo modo que el vector de ruido, con las mismas dimensiones:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_N \end{pmatrix}$$

(2.1.9)

Donde $\mathbf{y}_i \in \mathbb{C}^r \forall i = 1, \dots, N$ representa el conjunto de símbolos recibidos por el usuario i -ésimo.

Como dijimos anteriormente, el vector \mathbf{u}_i contiene los r símbolos correspondientes a cada usuario i -ésimo.

Consideraremos que cada uno de los \mathbf{u}_i , tiene una matriz de autocorrelación arbitraria $\mathbf{R}_{u_i} \in \mathbb{C}^{r \times r}$ a lo que añadimos que se cumplirá el que \mathbf{u}_i y \mathbf{u}_j serán siempre incorrelados para toda $i \neq j$, de este modo obtenemos $\mathbf{R}_u \in \mathbb{C}^{Nr \times Nr}$ como una matriz diagonal bloque, tal que:

$$\mathbf{R}_u = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{u_1} & \dots & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{u_2} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{R}_{u_N} \end{pmatrix}$$

(2.1.10)

Cada uno de estos vectores de datos \mathbf{u}_i , son precodificados por usuario y por cluster por medio de la matriz precodificadora $(\mathbf{W}_{tx})^i$, por lo que podemos deducir que obtendremos un vector total de símbolos transmitidos \mathbf{x} , como la adición de la contribución de todos los símbolos precodificados:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^N (\mathbf{W}_{tx})^i \mathbf{u}_i$$

(2.1.11)

Observando la fórmula, podemos darnos cuenta, que para poder procesar la información enviada por las antenas de la BTS j -ésima, \mathbf{x}_j , necesitaremos conocer los símbolos de datos y las matrices precodificadoras de todos los usuarios.

Como discutiremos en gran detalle en la siguiente sección, efectivamente, este es un tema delicado para las implementaciones prácticas que deberá ser tratado.

La señal recibida por el usuario i -ésimo, \mathbf{y}_i , puede encontrarse como:

$$\mathbf{y}_i = (\mathbf{H})_i \mathbf{x} + \mathbf{n}_i \quad (2.1.12)$$

Donde podemos contemplar, que sea cual sea el usuario, solo afecta a la señal recibida una parte de la matriz del canal, $(\mathbf{H})_i$. Sin embargo, la señal enviada por todas las antenas transmisoras, contribuyen a la señal recibida. El vector \mathbf{n}_i es el ruido presente en cada una de las r antenas de recepción que tenga el terminal del usuario y es descrito por medio de la matriz diagonal de autocorrelación del vector \mathbf{n} , \mathbf{R}_n .

Como podremos observar, si no aplicáramos un filtro precodificador, \mathbf{W}_{tx} , todos los flujos de datos estarían juntos en la matriz de canal \mathbf{H} , y sería imposible determinar la información correspondiente a cada usuario.

En este proyecto no vamos a aplicar un filtro en recepción, es decir, una nueva matriz \mathbf{W}_{rx} en el terminal del usuario de tal manera que quedase:

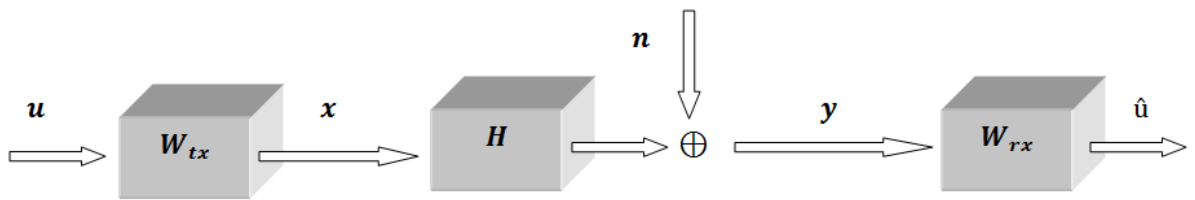


Ilustración 8- Modelado Sistema MIMO con precodificación en recepción

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{W}_{rx} \mathbf{H} \mathbf{W}_{tx} \mathbf{u} + \mathbf{W}_{rx} \mathbf{n} \quad (2.1.13)$$

Lo cual se correspondería con el típico modelo MIMO empleado en los sistemas de comunicación en desarrollo. Pero en nuestro estudio, intentaremos, por medio de

distintos algoritmos, distintas formas de realizar la matriz precodificadora, de tal manera que adapte la señal transmitida lo mejor posible a las condiciones de canal y a su optimización. De este modo, podremos buscar para cada usuario i -ésimo, la información correspondiente destinada solo a él, es decir, toda la información procedente de las t antenas de la BTS j -ésima que le da servicio, que es recibida por sus r antenas de recepción de dicho usuario.

Debemos tener en cuenta además que vamos a aplicar *clustering*, de tal manera, que algunas BTSs compartan la información de los usuarios a los que dan servicio sus respectivas celdas, conociendo y logrando de esta manera cancelar la información interferente entre estos usuarios, lo cual mejorará las prestaciones del sistema. Este aspecto de suma importancia será visto más profundamente en capítulos posteriores.

2.2-Análisis de Parámetros de rendimiento:

El primer parámetro de evaluación del rendimiento que utilizaremos para un sistema MIMO es la matriz de autocorrelación del vector de error, el cual se define como:

$$\mathbf{R}_e = \mathbb{E} \{(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}})(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}})^H\} \quad (2.2.1)$$

Donde deberemos entender que el vector final recibido $\hat{\mathbf{u}}$ es realmente $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{y}$. Sustituyendo por el valor de la ecuación (2.1.1), y entendiendo el hecho de que el ruido y la señal están incorrelados, obtenemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_e &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{W}_{tx})\mathbf{R}_u(\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{W}_{tx})^H + \mathbf{R}_n = \\ &= \mathbf{H}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u\mathbf{W}_{tx}^H\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_u - \mathbf{H}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u - \mathbf{R}_u\mathbf{W}_{tx}^H\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_n \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

La interpretación más directa de \mathbf{R}_e es la traza de la diagonal de la matriz $(\mathbf{R}_e)_{i,i}$, que contiene la potencia de error media entre el conjunto de símbolos recibidos por el usuario i -ésimo, \mathbf{y}_i , y el conjunto real de símbolos \mathbf{u}_i , que deberían ser idealmente recibidos.

Este parámetro es más conocido como *error cuadrático medio (MSE)*. Muchas otras funciones de coste empleadas para derivar expresiones de los filtros de precodificación,

pueden ser derivadas de algún modo en función de R_e . Además la expresión (2.2.2) será de suma importancia para futuros desarrollos a lo largo del proyecto.

Otro parámetro muy relacionado con el MSE , es la relación *Señal a Ruido más Interferencia* ($SNIR$), que nos indica la relación entre la potencia de señal transmitida P_s , respecto a la Potencia de ruido P_n e interferente P_{int} recibida, lo cual, expresado matemáticamente será:

$$SNIR = \frac{P_s}{P_n + P_{int}} \quad (2.2.3)$$

La $SNIR$, es una medida de potencias cuyo resultado es adimensional, por lo que se dará en forma de unidades naturales, aunque sin embargo, es más común expresarlo en decibelios.

Llegados a este punto, será interesante definir una matriz equivalente de canal dada como:

$$\tilde{H} = HW_{tx} \quad (2.2.4)$$

Con esta notación podemos definir el sistema completo simplemente como:

$$y = \tilde{H}u + n \quad (2.2.5)$$

Como hemos podido ir observando, es interesante contemplar todo desde el nivel de usuario, por lo que podemos expandir nuestra matriz $\tilde{\mathbf{H}}$ como:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} (\tilde{\mathbf{H}})_{1,1} & (\tilde{\mathbf{H}})_{1,2} & \cdots & (\tilde{\mathbf{H}})_{1,N} \\ (\tilde{\mathbf{H}})_{2,1} & (\tilde{\mathbf{H}})_{2,2} & \cdots & (\tilde{\mathbf{H}})_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\tilde{\mathbf{H}})_{N,1} & (\tilde{\mathbf{H}})_{N,2} & \cdots & (\tilde{\mathbf{H}})_{N,N} \end{pmatrix} \quad (2.2.6)$$

Esta matriz equivalente de canal debe ser interpretada de la siguiente manera:

$(\tilde{\mathbf{H}})_i \in \mathbb{C}^{r \times Nr}$ es el canal extremo a extremo visto por el usuario i -ésimo. Por el contrario, $(\tilde{\mathbf{H}})^j \in \mathbb{C}^{Nr \times r}$ representa la contribución del conjunto de los r flujos de datos pertenecientes al usuario j -ésimo en el conjunto de símbolos estimados en el sistema \mathbf{y} . Finalmente $(\tilde{\mathbf{H}})_{i,j} \in \mathbb{C}^{r \times r}$ es el canal equivalente entre el conjunto de r flujos de datos transmitidos por la BTS j -ésima y el conjunto de r símbolos estimados por el usuario receptor i -ésimo.

Teniendo esto en cuenta, podemos hacer la interpretación final por usuario, agrupando la información de interés más la interferencia de los demás usuarios más el ruido:

$$\mathbf{y}_i = (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i} \mathbf{u}_i + \sum_{k=1, k \neq i}^N (\tilde{\mathbf{H}})_{i,k} \mathbf{u}_k + \mathbf{n}_i \quad (2.2.7)$$

Donde $(\tilde{\mathbf{H}})_{i,i} \mathbf{u}_i$ será la señal deseada por el usuario, $\sum_{k=1, k \neq i}^N (\tilde{\mathbf{H}})_{i,k} \mathbf{u}_k$ la interferencia de los otros usuarios y \mathbf{n}_i el vector de ruido.

A partir de esta última ecuación, podemos obtener todos los términos necesarios para hallar la $SNIR$, y teniendo en cuenta la formula (2.1.12) procedemos a su obtención:

$$P_s = Tr \left((\tilde{\mathbf{H}})_{i,i} \mathbf{R}_{u_i} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i}^H \right) \quad (2.2.8)$$

$$\mathbf{P}_n = \text{Tr}(\mathbf{R}_{n_i})$$

(2. 2.9)

$$\mathbf{P}_{int} = \sum_{k=1, k \neq i}^N \text{Tr}((\tilde{\mathbf{H}})_{i,k} \mathbf{R}_{u_k} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,k}^H) = \text{Tr}((\tilde{\mathbf{H}})_i \mathbf{R}_u (\tilde{\mathbf{H}})_i^H) - \text{Tr}((\tilde{\mathbf{H}})_{i,i} \mathbf{R}_{u_i} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i}^H)$$

(2. 2.10)

Para obtener \mathbf{P}_{int} hemos considerado el hecho de que \mathbf{R}_u , será siempre una matriz diagonal bloque, como vimos en (2.1.10). Por lo que:

$$(\tilde{\mathbf{H}})_i \mathbf{R}_u (\tilde{\mathbf{H}})_i^H = \sum_{k=1}^N (\tilde{\mathbf{H}})_{i,k} \mathbf{R}_{u_k} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,k}^H$$

(2. 2.11)

Por lo que finalmente, podemos expresar la $SNIR$ por usuario i -ésimo como:

$$SNIR_i = \frac{\text{Tr}((\tilde{\mathbf{H}})_{i,i} \mathbf{R}_{u_i} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i}^H)}{\text{Tr}(\mathbf{R}_{n_i}) + \text{Tr}((\tilde{\mathbf{H}})_i \mathbf{R}_u (\tilde{\mathbf{H}})_i^H) - \text{Tr}((\tilde{\mathbf{H}})_{i,i} \mathbf{R}_{u_i} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i}^H)}$$

(2. 2.12)

Al igual que procesamos la $SNIR$ por usuario, podríamos hacerlo por antena. Sin embargo, lo que nos interesa es analizar las prestaciones que darán la coordinación del número de antenas transmisoras y receptoras para cada usuario i -ésimo. Además, analizar la $SNIR$ por antena sería un caso particular derivado de la formulación necesaria para analizar la $SNIR$ por usuario, a partir de nuestro escenario real, habría que crear uno virtual, donde cada usuario se dividiera en r usuarios (r , número de antenas en el terminal del usuario) con una única antena cada uno en recepción, y ya de esta manera analizar la $SNIR$ por usuario virtual, o lo que sería lo mismo, por antena.

Debemos darnos cuenta también de que si analizamos la potencia de señal recibida por antena en todas las antenas de un usuario dado, y después sumamos dichas potencias, la suma resultante será menor que la obtenida por la fórmula (2.2.8). Esto quiere decir que cuando procesamos la *SNIR* por usuario, consideramos la potencia recibida en cada antena de usuario *i-ésimo* como la contribución de los símbolos transmitidos a ese mismo usuario *i-ésimo* como potencia de señal deseada. Por el contrario, si analizáramos por antena, simplemente consideraríamos como señal de potencia recibida para la *k-ésima* antena, el único símbolo transmitido para el usuario *i-ésimo*.

Por ejemplo, para un escenario con $r = 2$, cuando lo analizamos por usuario, podremos procesar la potencia de señal deseada para el usuario *i-ésimo* como la potencia en la antena 1, debida a los símbolos 1 y 2 del *i-ésimo* usuario y la potencia en la antena 2, debida a los símbolos 1 y 2 del mismo usuario. Al analizarlo por antena, el resultado sería distinto, ya que la potencia de la antena 1 sería la del símbolo 1 para el usuario *i-ésimo* y la de la antena 2 la del símbolo 2 para el mismo usuario. En este caso la potencia en la antena 1 debida al símbolo 2 y la potencia en la antena 2 debida al símbolo 1 son consideradas como interferencias.

El secreto que se esconde detrás de todo esto, es que al analizar la *SNIR* desde el nivel de usuario, suponemos que el receptor de ese usuario llevará añadido un procesamiento de la señal para cancelar la interferencia entre la señal recibida en cada una de las antenas receptoras del usuario.

La última medida definitiva en un sistema de comunicaciones, debe ser sin duda la cantidad de información que puede ser transmitida a través de dicho sistema. Como sabemos, la magnitud que intenta cuantificar la cantidad de información mutua, viene dada por el Teorema de Claude Shannon [7], de tal manera que si a la señal recibida $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$, le aplicamos el teorema de Shannon, podemos expresarlo como:

$$C = \log_2(|I_{Nr} + \mathbf{H}\mathbf{R}_x\mathbf{H}^H\mathbf{R}_n^{-1}|) \quad (2.2.13)$$

Usando (2.2.5), podemos encontrar la capacidad total o tasa total del sistema MIMO completo, incluyendo el filtro precodificador:

$$R = \log_2(|I_{Nr} + \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{R}_u\tilde{\mathbf{H}}^H\mathbf{R}_n^{-1}|) \quad (2.2.14)$$

Mucho más interesante es saber la tasa de *bits / símbolo* para cada usuario *i-ésimo*, la cual puede ser expresada aproximadamente mediante el tratamiento de la interferencia como ruido, por lo que la nueva matriz de covarianza del ruido será:

$$\mathbf{R}_{n_{eq}} = \mathbf{R}_{n_i} + \sum_{k=1, k \neq i}^N \left((\tilde{\mathbf{H}})_{i,k} \mathbf{R}_{u_k} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,k}^H \right) \quad (2.2.15)$$

Luego:

$$\mathbf{R}_i = \log_2 \left(\left| \mathbf{I}_r + (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i} \mathbf{R}_{u_i} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i}^H \left(\mathbf{R}_{n_i} + \sum_{k=1, k \neq i}^N \left((\tilde{\mathbf{H}})_{i,k} \mathbf{R}_{u_k} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,k}^H \right) \right)^{-1} \right| \right) \quad (2.2.16)$$

El lector puede hacer notar, que la ecuación previa solo es posible para una realización del canal. Sin embargo, tanto la matriz de canal \mathbf{H} , como la equivalente $\tilde{\mathbf{H}}$, son ambas estocásticas. Con el fin de calcular correctamente la tasa, debemos promediar la expresión anterior sobre la función de densidad de probabilidad de \mathbf{H} como:

$$\mathbf{R} = \mathbb{E} \{ \log_2 (| \mathbf{I}_{Nr} + \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{R}_u \tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{R}_n^{-1} |) \} \quad (2.2.17)$$

$$\mathbf{R}_i = \mathbb{E} \left\{ \log_2 \left(\left| \mathbf{I}_r + (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i} \mathbf{R}_{u_i} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,i}^H \left(\mathbf{R}_{n_i} + \sum_{k=1, k \neq i}^N \left((\tilde{\mathbf{H}})_{i,k} \mathbf{R}_{u_k} (\tilde{\mathbf{H}})_{i,k}^H \right) \right)^{-1} \right| \right) \right\} \quad (2.2.18)$$

2.3-Escenario MIMO multiusuario canónico :

Al considerar un escenario multiusuario como ocurre en la mayoría general de los casos, tendremos varios transmisores sirviendo a varios usuarios ($M > 1$ y $N > 1$).

Volvamos a la expresión del conjunto de símbolos enviados por la estación base j -ésima:

$$x_j = \sum_{k=1}^N (W_{tx})_{j,k} u_k \quad (2.3.1)$$

Lo que quiere decir que para poder calcular el conjunto de símbolos a transmitir por la BTS j -ésima, debemos saber todos los Nr símbolos de datos contenidos en el vector \mathbf{u} . Por lo que si tuviéramos un solo transmisor, sería obvio, pero como dijimos tendremos más de uno, por lo que, en nuestro escenario, al disponer de múltiples BTSs será muy difícil ó inviable coordinar todos ellos. Debido a esto, sólo podremos imponer ciertas limitaciones para coordinar los distintos transmisores. La empleada a lo largo de este proyecto, será permitir a un conjunto de L BTSs coordinarse entre si, formando un cluster. Debido a esto, impondremos que $(W_{tx})_{j,i} = \mathbf{0} \in \mathbb{C}^{t \times r} \forall i \neq j$ siempre y cuando j e i pertenezcan a distintos cluster. Por lo que nuestra matriz tipo precodificadora será una matriz bloque diagonal dispersa:

$$W_{tx} = \begin{pmatrix} (W_{tx})_{1,1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (W_{tx})_{2,2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & (W_{tx})_{s,s} \end{pmatrix} \quad (2.3.2)$$

Donde cada uno de los términos $(W_{tx})_{j,i} \in \mathbb{C}^{Lt \times Lr} \forall j = i$ representa la matriz de coordinación precodificadora perteneciente al cluster i , de los S existentes en el sistema.

Es decir, cada término será:

$$(W_{tx})_{j,i} = \begin{pmatrix} (W_{tx})_{1,1} & (W_{tx})_{1,2} & \cdots & (W_{tx})_{1,L} \\ (W_{tx})_{2,1} & (W_{tx})_{2,2} & \cdots & (W_{tx})_{2,L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (W_{tx})_{L,1} & (W_{tx})_{L,2} & \cdots & (W_{tx})_{L,L} \end{pmatrix} \quad (2.3.3)$$

Como ya hablamos antes, existirá coordinación entre las celdas que componen un cluster, lo cual es de suma importancia para poder anular las interferencias inter-usuario de dicho cluster.

Es decir, que todas las BTS que formen un cluster, sabrán la información de canal de los usuarios que haya en su cluster, pudiéndola eliminar si no va dirigida a su celda. Así de este modo, anulará la información que conoce y no es de interés, pero no la que va dirigida a otros clusters!. Esto se realizará con transmisiones ortogonales.

Una vez entendido esto, procederemos a realizar el análisis de potencia transmitida del sistema. El parámetro de potencia transmitida, será de gran interés, ya que como sabemos, todos los sistemas tendrán siempre limitaciones de potencia que deberemos ser capaces de satisfacer. Volviendo a (2.3.1) y sabiendo que \mathbf{u} es un proceso estocástico modelado por su matriz de autocorrelación \mathbf{R}_u , la potencia promedio transmitida por la antena transmisora l -ésima de la estación base j -ésima, vendrá dada por la l -ésima entrada diagonal de la matriz de autocorrelación del vector aleatorio, \mathbf{R}_{x_j} , donde \mathbf{R}_x será definido como:

$$\mathbf{R}_x = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{x_1} & \mathbf{R}_{x_1,x_2} & \cdots & \mathbf{R}_{x_1,x_M} \\ \mathbf{R}_{x_2,x_1} & \mathbf{R}_{x_2} & \cdots & \mathbf{R}_{x_2,x_M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{x_M,x_1} & \mathbf{R}_{x_M,x_2} & \cdots & \mathbf{R}_{x_M} \end{pmatrix} = \mathbf{W}_{tx} \mathbf{R}_u \mathbf{W}_{tx}^H \quad (2.3.3)$$

Por lo tanto, la potencia utilizada por cada BTS j -ésima será:

$$P_{tx,j} = \text{Tr}(\mathbf{R}_{x_j}) \quad (2.3.4)$$

Y finalmente, la potencia total transmitida por el sistema será:

$$P_{tx} = \sum_{j=1}^M P_{tx,j} = \text{Tr}(\mathbf{R}_x) \quad (2.3.5)$$

Entendiendo siempre que en este sistema de escenario canónico, pero sin coordinación, la restricción en potencia para el sistema será:

$$P_{tx} \leq P_{max} \text{ es decir } Tr(R_x) \leq P_{max} \quad (2.3.6)$$

2.4-Diseño de precodificadores:

Una vez definido con suficiente detalle el sistema en el que vamos a trabajar, procederemos a realizar la parte principal de este proyecto, donde expondremos algunos de los algoritmos más utilizados para diseñar el filtro precodificador de nuestro sistema, W_{tx} . En este apartado desarrollaremos dos tipos de matrices precodificadoras para poder valorar cual aportará mejores prestaciones a nuestro sistema de comunicaciones MIMO.

Como hemos podido observar en la ecuación (2.2.7), la estimación del vector de símbolos calculado por el usuario i -ésimo, no es más que la señal deseada u_i , o mejor dicho, una función lineal de la señal deseada $(\tilde{H})_{i,i}u_i$, corrompida por la interferencia de los demás usuarios del sistema $\sum_{k=1, k \neq i}^N (\tilde{H})_{i,k}u_k$ y del ruido aditivo blanco y gaussiano (AWNG). Son estos dos últimos conceptos los que deben ser eliminados para poder obtener simplemente la señal deseada. Podemos definir entonces:

Filtro de forzado a cero (Zero Forcing): Su principal objetivo es cancelar la interferencia inter-usuarios forzando a cero aquella que no pertenezca al usuario i -ésimo al que va destinada la información, manteniendo el ruido existente en el sistema.

Filtro de mínimo error cuadrático medio (Minimum Mean Square Error): El cual intenta alcanzar un compromiso entre la reducción del ruido del sistema y la cancelación de la interferencia inter-usuario del mismo.

Una vez que tenemos nuestra matriz de canal como vimos en la formula (2.1.6), y recordando la matriz precodificadora de canal (2.1.3), podemos expresar de manera genérica nuestro sistema multiusuario partiendo de (2.1.1) como:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (H)_{1,1} & (H)_{1,2} & \cdots & (H)_{1,M} \\ (H)_{2,1} & (H)_{2,2} & \cdots & (H)_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (H)_{N,1} & (H)_{N,2} & \cdots & (H)_{N,M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (W_{tx})_{1,1} & (W_{tx})_{1,2} & \cdots & (W_{tx})_{1,N} \\ (W_{tx})_{2,1} & (W_{tx})_{2,2} & \cdots & (W_{tx})_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (W_{tx})_{M,1} & (W_{tx})_{M,2} & \cdots & (W_{tx})_{M,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_N \end{pmatrix} \quad (2.4.1)$$

Aludiendo al tipo de matriz precodificadora que buscamos como vimos en (2.3.2), y a la división de dicha matriz en clusters, podemos proceder del mismo modo con la matriz de canal, haciendo agrupaciones de los S cluster del sistema (compuestos cada uno de ellos por un conjunto de L BTSs) que componen la matriz \mathbf{H} , pudiendo expresarlo como, información perteneciente al cluster, e información interferente de cluster adyacentes:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H}_c)_{1,1} & (\mathbf{H}_{int})_{1,2} & \cdots & (\mathbf{H}_{int})_{1,S} \\ (\mathbf{H}_{int})_{2,1} & (\mathbf{H}_c)_{2,2} & \cdots & (\mathbf{H}_{int})_{2,S} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{H}_{int})_{S,1} & (\mathbf{H}_{int})_{S,2} & \cdots & (\mathbf{H}_c)_{S,S} \end{pmatrix} \quad (2.4.2)$$

Donde $(\mathbf{H}_c)_{i,j} \in \mathbb{C}^{L_r \times L_t} \forall i = j$, es la información conocida por todas las L BTSs del cluster i , es decir la información de canal propia al cluster de interés, y donde $(\mathbf{H}_{int})_{i,j} \forall i \neq j \in \mathbb{C}^{L_r \times L_t}$ es la información interferente entre las L BTSs de un cluster i y otro cluster j del sistema, es decir la información de canal interferente.

Así mismo podemos ver más visualmente cada término de la matriz anterior, para poder interpretar realmente la información a eliminar.

En primer lugar,

$$(\mathbf{H}_c)_{i,j} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H})_{1,1} & (\mathbf{H})_{1,2} & \cdots & (\mathbf{H})_{1,L} \\ (\mathbf{H})_{1,2} & (\mathbf{H})_{2,2} & \cdots & (\mathbf{H})_{2,L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{H})_{1,L} & (\mathbf{H})_{2,L} & \cdots & (\mathbf{H})_{L,L} \end{pmatrix} \quad (2.4.3)$$

Donde cada termino $(\mathbf{H}_c)_{i,j} \in \mathbb{C}^{r \times t} \forall i = j$ representa la información de canal transmitida por la base j -ésima que será correspondiente a cada usuario i -ésimo. Lo que nos quiere decir que al ser $i = j$, el usuario estará siendo atendido por la BTS del cluster en el que se encuentra situado, es decir, esa información va destinada a él.

Por otro lado $(\mathbf{H}_c)_{i,j} \in \mathbb{C}^{r \times t} \forall i \neq j$, es la información interferente *intra-cluster* (del mismo cluster) como ya explicamos, y a ser posible, deberá ser eliminada, entendiendo que la coordinación entre las L BTSs del cluster, ayudará en gran medida a ello.

Por otro lado el término, $(\mathbf{H}_{int})_{i,j} \in \mathbb{C}^{r \times t} \forall i, j$, representará la información interferente *inter-clusters*, es decir, la de los usuarios de un cluster i , con las de otros

usuarios de un cluster j . Al no estar coordinados todos los cluster de un sistema, esta información, es desconocida para cualquier cluster perteneciente a susodicho sistema, por lo que será muy difícil eliminarla, pero no imposible reducirla.

Por lo que volviendo a (2.2.5), $\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{u} + \mathbf{n}$, y recordando que definíamos $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{W}_{tx}$, Podremos visualizar $\tilde{\mathbf{H}}$ como:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H}_c)_{1,1} & (\mathbf{H}_{int})_{1,2} & \cdots & (\mathbf{H}_{int})_{1,S} \\ (\mathbf{H}_{int})_{2,1} & (\mathbf{H}_c)_{2,2} & \cdots & (\mathbf{H}_{int})_{2,S} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{H}_{int})_{S,1} & ((\mathbf{H})_{int})_{S,2} & \cdots & (\mathbf{H}_c)_{S,S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\mathbf{W})_{1,1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{W})_{2,2} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & (\mathbf{W})_{S,S} \end{pmatrix} \quad (2.4.4)$$

Por lo tanto, pretenderemos calcular una matriz \mathbf{W}_{tx} , que elimine lo máximo posible, la interferencia conocida (*intra-cluster*) de la parte de la información propia de cada cluster $(\mathbf{H}_c)_{i,j} \forall i \neq j$ correspondiente a la información interferente de las BTSs del propio cluster.

De este modo y teniendo en cuenta estos dos factores, crearemos dos tipos distintos de matrices precodificadoras, \mathbf{W}_{tx} , que mitiguen estas interferencias.

2.4.1- Criterio ZF:

En primer lugar y una vez planteado lo anterior, este método eliminará por completo la interferencia *intra-cluster*, es decir, la interferencia existente en el propio cluster entre los usuarios que lo comparten [2], aunque no modificará las interferencias *inter-cluster*, es decir, las interferencias de los usuarios de un cluster i del sistema con los usuarios de otro cluster j del sistema).

Por lo que nos centraremos en la matriz $(\mathbf{H}_c)_{i,j}$, de donde ya deberíamos entender que $(\mathbf{H}_c)_{i,j} \in \mathbb{C}^{r \times t} \forall i = j$ es la información deseada para cada usuario j -ésimo, y $(\mathbf{H}_c)_{i,j} \in \mathbb{C}^{r \times t} \forall i \neq j$ es la interferencia conocida a eliminar por esta matriz.

Es importante recordar que a partir de ahora nos moveremos en un escenario de S clusters, compuestos cada uno de L estaciones base.

Como podemos observar en (2.4.3) la información de interés perteneciente a cada usuario, se encuentra en la diagonal de esta matriz. Por lo que podemos determinar que es tan solo la diagonal de dicha matriz lo que nos interesa, pudiendo eliminar de manera sencilla la información interferente *intra-clusters* al aplicar de manera lógica el algebra de matrices:

$$(\mathbf{H}_c)_{i,j} * (\mathbf{W}_{tx})_{j,i} = \mathbf{I} \quad (2.4.5)$$

Por lo que:

$$(W_{txZF})_{j,i} = (H_c)_{i,j}^{-1} \quad (*)$$

(*): Si la matriz H_c no es cuadrada, realizaremos la pseudoinversa.

(2.4.6)

Continuando con el desarrollo, nuestra matriz final precodificadora de forzado a cero será:

$$W_{txZF} = \begin{pmatrix} (W_{txZF})_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (W_{txZF})_{2,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (W_{txZF})_{s,s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (H_c)_{1,1}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (H_c)_{2,2}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (H_c)_{s,s}^{-1} \end{pmatrix} \quad (2.4.7)$$

Donde $W_{txZF} \in \mathbb{C}^{Mt \times Nr}$.

Finalmente obtendremos nuestra matriz \tilde{H} de tal modo:

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} I & (H_{int})_{1,2}(W_{txZF})_{2,2} & \cdots & (H_{int})_{1,s}(W_{txZF})_{s,s} \\ (H_{int})_{2,1}(W_{txZF})_{1,1} & I & \cdots & (H_{int})_{2,s}(W_{txZF})_{s,s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (H_{int})_{s,1}(W_{txZF})_{1,1} & (H_{int})_{s,2}(W_{txZF})_{2,2} & \cdots & I \end{pmatrix} \quad (2.4.8)$$

Recordando que $\tilde{H} \in \mathbb{C}^{Nr \times Nr}$ e $I \in \mathbb{C}^{Lr \times Lr}$. De este modo, obtenemos la solución buscada mediante este criterio a la ecuación $y = \tilde{H}u + n$, pero no conseguiremos eliminar las interferencias externas al cluster.

Al analizar individualmente por usuario i -ésimo, obtendremos :

$$y_i = \underbrace{u_i}_{\substack{\text{info deseada} \\ \text{para usuario } i\text{-ésimo}}} + \underbrace{\sum_{k=1, k \neq i}^N \tilde{H}_{i,k} u_k}_{\text{interferencia resto de usuarios}} + n_i \quad (2.4.9)$$

2.4.2- Criterio MMSE:

Como comentamos al principio de este punto, este método intentará alcanzar un compromiso entre la reducción del ruido del sistema y la cancelación de la interferencia dentro de cada cluster. En este proceso, nos veremos obligados a establecer un parámetro de control de la potencia transmitida, buscando como objetivo minimizar el error entre la información de la señal u transmitida y la y recibida, manteniendo la potencia de transmisión deseada.

Siendo este nuestro nuevo sistema de estudio [8]:

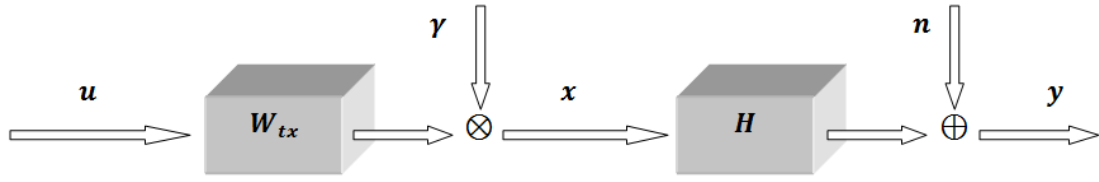


Ilustración 9- Modelado del Sistema MIMO con parámetro de control

De donde obtenemos la ecuación del sistema:

$$y = Hx + n = H\gamma W_{tx}u + n \quad (2.4.10)$$

Donde γ será el parámetro controlador de potencia (el cual será un escalar para el desarrollo teórico). Así pues, y por este motivo, deberemos resolver el siguiente problema de minimización para poder encontrar nuestra matriz W_{txmmse} :

$$W_{txmmse} = \arg \min_{W_{tx}, \gamma} \mathbb{E} \left\{ \|u - \gamma^{-1}y\|^2 \right\} \quad s. t \quad \mathbb{E} \left\{ \|W_{tx}u\|^2 \right\} \leq P_{max} \quad (2.4.11)$$

De este modo, por el contrario que en el criterio ZF, realizaremos un estudio de la matriz W_{txmmse} para que encuentre una solución general al problema de minimización planteado en (2.4.11), y posteriormente procederemos a estudiarla mediante la división

del sistema en clusters. Debemos recordar la restricción de potencia, para poder llevar a cabo este estudio, donde:

$$\text{Tr}(\mathbf{R}_x) \leq P_{max} \text{ es decir } \text{Tr}(\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u\mathbf{W}_{tx}^H) \leq P_{max}$$

Volviendo al evento que nos atañe, recordando (2.2.2), entonces la solución será recurrir al Lagrangiano para la minimización del problema:

$$\mathcal{L} = \text{Tr}(\mathbf{R}_e) + \lambda(\text{Tr}(\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u\mathbf{W}_{tx}^H) - P) \quad (2.4.12)$$

Donde la matriz de covarianza del error se define como:

$$\mathbf{R}_e = \mathbf{R}_u - \gamma^{-1}\mathbf{R}_u\mathbf{W}_{tx}^H\mathbf{H}^H - \gamma^{-1}\mathbf{H}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u + \gamma^{-2}\mathbf{R}_n \quad (2.4.13)$$

La derivada del lagrangiano:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{W}_{tx}^H} = -\gamma^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{R}_u - \gamma^{-2}\mathbf{H}^H\mathbf{H}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u + \lambda\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u = 0 \quad (2.4.14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \gamma} = 2\gamma^{-2}\text{Tr}(\mathbf{R}_e(\mathbf{H}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u)) - 2\gamma^{-3}\text{Tr}(\mathbf{H}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{R}_u\mathbf{W}_{tx}^H\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_n) = 0 \quad (2.4.15)$$

De la ecuación (2.4.14) obtendremos $\mathbf{W}_{tx} = \gamma(\mathbf{H}^H\mathbf{H} + \varepsilon\lambda\gamma^2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{H}^H$, y definiremos $\lambda\gamma^2 = \varepsilon$, por tanto, obtendremos:

$$\mathbf{W}_{tx} = \gamma(\mathbf{H}^H\mathbf{H} + \varepsilon\mathbf{I})^{-1}\mathbf{H}^H \quad (2.4.16)$$

De este modo, podremos resolver el sistema, obteniendo γ en función de la ε :

$$\gamma = \sqrt{\frac{P}{\text{Tr}\left((H^H H + \varepsilon I)^{-2} H^H R_u H\right)}} \quad (2.4.17)$$

Para poder resolver ε , recurrimos a la ecuación (2.4.15), y tenemos que:

$$\varepsilon \gamma^2 \text{Tr}\left((H^H H + \varepsilon I)^{-2} H^H R_u H\right) = \text{Tr}(R_n) \quad (2.4.18)$$

Y usando también (2.4.17):

$$\varepsilon = \frac{\text{Tr}(R_n)}{P} \quad (2.4.19)$$

Por lo que la solución al problema de minimización, es decir, nuestra matriz W_{txmmse} será:

$$W_{txmmse} = \gamma \left(H^H H + \frac{\text{Tr}(R_n)}{P} I \right)^{-1} H^H = \gamma H^H \left(H H^H + \frac{\text{Tr}(R_n)}{P} I \right)^{-1} \quad (2.4.20)$$

Una vez llegados a este punto, y recordando la forma que debe tener nuestra matriz precodificadora (2.3.2). Podemos definir W_{txmmse} como:

$$W_{txmmse} = \gamma \begin{pmatrix} (W_{txmmse})_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (W_{txmmse})_{2,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (W_{txmmse})_{s,s} \end{pmatrix} \quad (2.4.21)$$

Donde $\mathbf{W}_{txmmse} \in \mathbb{C}^{Mt \times Nr}$ y cada $(\mathbf{W}_{txmmse})_{j,i} \in \mathbb{C}^{Lt \times Lr} \forall i = j$, será la matriz precodificadora para el cluster i del sistema que tiene como solución la ecuación anteriormente citada.

Es entonces cuando hayamos otra posible solución para la cancelación de las interferencias *inter-cluster*, es decir los términos $(\mathbf{H}_{int})_{i,j}$ de nuestra matriz de canal \mathbf{H} , pero también realizaremos una disminución del ruido gracias a nuestro parámetro controlador de potencia γ .

En el punto siguiente, entraremos en detalle sobre nuestro parámetro γ , viendo sus características y necesidad, y tratándolo a partir de ahora como una matriz.

Finalmente obtendremos nuestra matriz $\tilde{\mathbf{H}}$ de tal modo:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H}_c)_{1,1}(\mathbf{W}_{txmmse})_{1,1} & (\mathbf{H}_{int})_{1,2}(\mathbf{W}_{txmmse})_{2,2} & \cdots & (\mathbf{H}_{int})_{1,S}(\mathbf{W}_{txmmse})_{s,s} \\ (\mathbf{H}_{int})_{2,1}(\mathbf{W}_{txmmse})_{1,1} & (\mathbf{H}_c)_{2,2}(\mathbf{W}_{txmmse})_{2,2} & \cdots & (\mathbf{H}_{int})_{2,S}(\mathbf{W}_{txmmse})_{s,s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{H}_{int})_{S,1}(\mathbf{W}_{txmmse})_{1,1} & (\mathbf{H}_{int})_{S,2}(\mathbf{W}_{txmmse})_{2,2} & \cdots & (\mathbf{H}_c)_{S,S}(\mathbf{W}_{txmmse})_{s,s} \end{pmatrix} \quad (2.4.22)$$

Donde podemos observar que la información relevante a cada cluster no está limpia de interferencia, pero permitirá alcanzar el compromiso deseado.

2.5- Diseño completo del sistema con control de potencia coordinado:

Llegados a este punto, nuestro sistema ha quedado prácticamente definido. Sin embargo, hay un último punto de interés a tratar.

Como ya dijimos anteriormente, las estaciones base estarán limitadas en potencia, ya que entre otras cosas, podrían afectar a otro tipo de comunicación existente en el sistema o bien “sobrecargar” a los propios receptores inutilizándolos, o simplemente por el mero hecho del interés en la optimización del uso de la potencia. Por lo que se torna necesario establecer un algoritmo de normalización de la potencia, de tal modo que todas las estaciones base del sistema queden restringidas en potencia. Aparte, debemos recordar que en el sistema existe otra restricción de potencia por cluster, como vimos anteriormente (2.3.6). Por lo que podemos decir, que nuestro sistema, estará doblemente limitado en potencia.

Este algoritmo buscará que todas las antenas de una misma estación base transmitan a una misma potencia. Además, la suma de la potencia transmitida por cada antena de una misma estación base no puede superar nunca a la potencia máxima recordando de nuevo (2.3.6).

Por lo que fijando la potencia a la que emite cada estación base j -ésima, podremos obtener un valor para cada parámetro γ_j , de tal modo que se produzca la comunicación deseada, al haber estimado y elegido un valor de potencia óptimo para cada BTS.

Por lo que el diseño final de nuestro sistema será:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{H}\boldsymbol{\gamma}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{u} + \mathbf{n}$$

Como vimos en (2.4.10).

Donde a partir de ahora, y por comodidad, denotaremos una nueva matriz auxiliar de canal $\hat{\mathbf{H}}$ tal que:

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\boldsymbol{\gamma}\mathbf{W}_{tx} \quad (2.5.1)$$

Vamos a proceder pues, al análisis de dicho parámetro, y para ello debemos recordar que $\text{Tr}(\mathbf{R}_x) \leq \mathbf{P}_{max}$ y la ilustración 6 de nuestro nuevo sistema, lo cual nos lleva a:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\gamma}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{u} \quad (2.5.2)$$

Entonces, partiendo del conjunto de símbolos a enviar por la estación base j -ésima y de conocer la matriz precodificadora, podremos calcular el parámetro controlador de potencia para cada estación j -ésima:

$$x_j = \gamma_j \underbrace{\sum_{k=1}^N (\mathbf{W}_{tx})_{j,k} \mathbf{u}_k}_{\tilde{x}_j} \quad (2.5.3)$$

Por lo que:

$$\mathbf{x}_j = \gamma_j \tilde{\mathbf{x}}_j \quad (2.5.4)$$

Y

$$\text{Tr}(\mathbf{R}_{x_j}) = P_j \quad (2.5.5)$$

Entonces:

$$\gamma_j^2 \text{Tr}((\mathbf{W}_{tx})_j \mathbf{R}_u (\mathbf{W}_{tx})_j^H) = P_j \quad (2.5.6)$$

Y finalmente:

$$\gamma_j = \sqrt{\frac{P_j}{\text{Tr}((\mathbf{W}_{tx})_j \mathbf{R}_u (\mathbf{W}_{tx})_j^H)}} \quad (2.5.7)$$

Donde $\gamma_j \in \mathbb{C}^{t \times t}$ es el término que controlará la potencia emitida por las t antenas de la BTS j -ésima, y por lo tanto, finalmente, agrupando todos los términos de control de cada una de las M estaciones base del sistema, obtenemos:

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_M \end{pmatrix} \quad (2.5.8)$$

Donde $\boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{C}^{Mt \times Mt}$, es la matriz completa de control de potencia de nuestro sistema.

Una vez obtenido el resultado, aplicaremos esta matriz en (2.4.10) para la resolución del problema. Pudiendo de este modo, obtenerlo del cálculo de los dos tipos de matrices precodificadoras. De tal modo, obtendremos soluciones para:

$$\mathbf{y} = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{u} + \mathbf{n} = \mathbf{H}\boldsymbol{\gamma}\mathbf{W}_{tx}\mathbf{u} + \mathbf{n} \quad (2.5.9)$$

Donde $\hat{\mathbf{H}}$, podrá ser:

$$\hat{\mathbf{H}}_{MMSE} = \mathbf{H}\boldsymbol{\gamma}_{mmse} \mathbf{W}_{tx_{mmse}} \quad (2.5.10)$$

ó

$$\hat{\mathbf{H}}_{ZF} = \mathbf{H}\boldsymbol{\gamma}_{zf} \mathbf{W}_{tx_{zf}} \quad (2.5.11)$$

Estas dos últimas matrices obtenidas, $\hat{\mathbf{H}}_{MMSE}$ y $\hat{\mathbf{H}}_{ZF}$, serán nuestras matrices finales de canal a partir de las cuales, realizaremos todas las medidas de los parámetros de análisis, como detallaremos en el capítulo siguiente.

De este modo, queda totalmente caracterizado el sistema de estudio de este proyecto de fin de carrera.

CAPITULO III: “Modelo de la simulación”

Una vez desarrollado el estudio teórico, procederemos a realizar un programa en *Matlab* que pueda simular lo estudiado [9]. De esta manera, diseñaremos un sistema parametrizable con el fin de poder modificar dichos parámetros para poder realizar las pruebas necesarias, y así proceder a su posterior análisis. Por lo tanto procedemos a establecer los parámetros de diseño, como serán el número de usuarios y BTS, así como el número de antenas en ambos, la planificación celular (y la coordinación entre celdas del mismo cluster), número de cluster y celdas por cluster, las potencias de transmisión de cada BTS, el radio de la celda, etc...

De todos estos parámetros, mantendremos fijos para las simulaciones el número de usuarios y BTS en el sistema, radio de la celda y la potencia de transmisión respectiva a cada BTS. En el receptor, mantendremos la *SNR* para poder establecer el control de potencia descrito en el anterior capítulo, aunque posteriormente, variaremos este dato, para observar las mejoras de este sistema en función del aumento de la *SNR*.

Nuestro sistema de simulación contará con un espacio celular de $J = 2$ cluster y cada uno contará con 2 celdas hexagonales, cada celda con su BTS y atendiendo a un único usuario, es decir un total de $M = 4$ y $N = 4$. No hace falta mencionar que no corresponde a un escenario real en el que cada celda daría servicio a múltiples usuarios, si no que en lo que a nuestro estudio se refiere, nos interesará como anular parcial o totalmente las interferencias de los usuarios de un mismo cluster, que están transmitiendo/recibiendo a una misma frecuencia, teniendo tan solo que ampliar el programa para abarcar más usuarios.

Este será nuestro sistema de estudio mencionado, donde los usuarios serán situados aleatoriamente dentro del sistema en cada una de las iteraciones que se realicen en el programa, para hallar las tasas objetivamente, y poder de este modo obtener las gráficas comparativas.

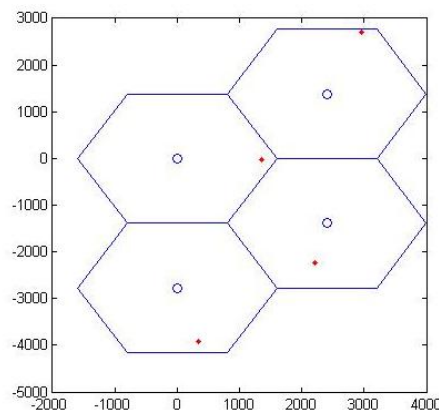


Ilustración 10- Sistema de Simulación

Se tendrá la opción de elegir el número de antenas en la BTS ($t = 1, 2, 3$ ó 4) y en el usuario ($r = 1, 2, 3$ ó 4). Siendo realistas, el usuario, realmente tendrá una sola antena en el móvil, pero en nuestro proyecto podremos variar esto mientras que siempre se cumpla la condición $t \geq r$. También podremos elegir el número de iteraciones a realizar, donde con cada una de las cuales, estaremos formando una nueva matriz de canal \mathbf{H} . Nosotros realizaremos 150 repeticiones.

Esto nos permitirá valorar la mejora de las tasas a medir así como comparar los criterios llevados a cabo en la precodificación de la información a transmitir.

3.1- Canal:

Partiendo de lo ya descrito anteriormente, vamos a proceder a explicar detalladamente la composición de nuestro canal de comunicaciones para nuestro sistema de estudio, es decir, de nuestra matriz \mathbf{H} de canal. A pesar de todos los esfuerzos de esta tecnología por mitigar las pérdidas existentes en cualquier canal de comunicaciones, muchas de estas son inevitables, afectando de esta manera en las comunicaciones.

Estas son muy variadas, aunque quedan recogidas principalmente en dos grandes grupos [17], **pérdidas de gran escala**, como *el modelo de propagación en espacio libre* y el de *pérdidas Log-normal o Shadowing*, y **pérdidas de pequeña escala**, como serían la *propagación multicamino* y *efecto Doppler*.

Lo que intentaremos en nuestro modelo de simulación, es representar las pérdidas que consideramos más relevantes para nuestro canal de comunicación de estudio, siendo estas, las pérdidas por distancia, Log-normales ó Shadowing y Rayleigh, las cuales se verán reflejadas en nuestra matriz \mathbf{H} . No se tendrán en cuenta los desplazamientos Doppler ya que se asume que el sistema es estático, es decir, los usuarios no se mueven, por lo que no existe movimiento relativo entre el transmisor y el receptor. Dada la aleatoriedad de las pérdidas, será necesario el empleo de técnicas estadísticas para su modelado.

De este modo, para poder comprender todo, deberemos enfocar la matriz \mathbf{H} , siempre desde el nivel de usuario, así pues, en una primera instancia calcularemos la distancia del usuario i -ésimo del sistema a cada BTS j -ésima del mismo.

En primer lugar mantendremos una $P_{tx} = 10\text{ W}$ por antena y una $G_{rx} = 10.3\text{ dBi}$ y $G_{tx} = 1\text{ W}$. De esta manera, aplicando la teoría básica de balance de enlace, deducimos que en un primer lugar, el vector de potencia recibida por el i -ésimo usuario respecto a

cada una de las j -ésima base, P_{rx} , sin aplicar las pérdidas, debería ser:

$$\mathbf{P}_{rx} = \mathbf{P}_{tx} \mathbf{G}_{tx} \mathbf{G}_{tx} \quad (3.1.1)$$

A continuación detallamos las pérdidas que conciernen a nuestro canal de comunicaciones, pudiendo encontrar más información sobre todas ellas en la *literatura* [10]. En primer lugar, estarán las pérdidas que son constantes para cada usuario, respecto a cada BTSs, como son las pérdidas por distancia y las log-normales .

- **Pérdidas por distancia:**

Son las que se producen por la disminución de la potencia desde que la señal es emitida por cada BTS j -ésima hasta que llegue a cada usuario i -ésimo. Se emplea un factor exponencial de $n = 3.8$, el cual modela la caída progresiva de la señal debido a los múltiples caminos recorridos por esta en el trayecto hasta el receptor.

Son modeladas de la siguiente manera:

$$(\mathbf{P}_{dist})_{ij} = (\mathbf{P}_{d_0})_{ij} + 10 \times 3.8 \log \left(\frac{d_{ij}}{d_0} \right) \quad (3.1.2)$$

Donde $(\mathbf{P}_{dist})_{ij} \in \mathbb{C}^{1 \times 1}$, es el escalar que contiene las pérdidas por distancia del usuario i -ésimo a la base j -ésima.

- **Pérdidas log-normales ó shadowing:**

Este tipo de modelo se emplea en todos los sistemas de comunicaciones, ya que es inducido por los obstáculos existentes, donde los rayos no tienen línea de visión directa, y también por las condiciones climáticas. Lo expresaremos como un escalar de atenuación resultado de un proceso gaussiano aleatorio de $\mu = 0$ y $\sigma = 8 \text{ dB}$:

$$(\mathbf{P}_{log-normal})_{ij} = N(0, 8) \quad (3.1.3)$$

Donde al igual que anteriormente, $(\mathbf{P}_{\log\text{-normal}})_{i,j} \in \mathbb{C}^{1 \times 1}$, es el escalar que contiene las perdidas log-normales del usuario i -ésimo a la base j -ésima.

Cabe observar que estas pérdidas serán constantes en el sistema, es decir que no variarán en función del número de antenas, tanto transmisoras como receptoras.

Ambos tipos de perdidas, las agruparemos en dos matrices que contengan a todos los usuarios, y por lo tanto el tamaño adecuado para poder interactuar con las demás matrices. Serán \mathbf{P}_{dist} y $\mathbf{P}_{\log\text{-normal}}$ donde cada una de ellas $\in \mathbb{C}^{N_r \times M_t}$. Importante recordar, que siempre tendrán el mismo valor para cada usuario, por lo cual si el número de antenas en recepción es $r > 1$, simplemente se repetirá la fila para el mismo usuario.

- **Perdidas de Rayleigh:**

El desvanecimiento Rayleigh es causado por la recepción de múltiples señales. Este tipo de pérdidas se establecen en modelos donde no hay visión directa entre transmisor y receptor, lo que se denomina NLOS (Non Line Of Sight) ó sin línea de visión.

Como podemos observar, este tipo de pérdidas depende del número de antenas tanto del transmisor como del receptor. Por lo que esto afectará a cada canal de comunicación existente entre la antena l -ésima de cada BTS y la k -ésima antena del usuario i -ésimo. De este modo, las perdidas afectarán de manera diferente, a cada subcanal de cada canal de usuario.

Se modelarán como un proceso gaussiano complejo, de $\mu = 0$ y $\sigma = 1$.

Trasladándolo a nuestra línea de desarrollo, $\mathbf{P}_{rayleigh}$, para cada usuario (en función del número de antenas) según la definición anterior será:

$$(\mathbf{P}_{rayleigh})_{i,j} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{rayleigh_{1,1}} & \mathbf{P}_{rayleigh_{1,2}} & \cdots & \mathbf{P}_{rayleigh_{1,t}} \\ \mathbf{P}_{rayleigh_{2,1}} & \mathbf{P}_{rayleigh_{2,2}} & \cdots & \mathbf{P}_{rayleigh_{2,t}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{P}_{rayleigh_{r,1}} & \mathbf{P}_{rayleigh_{r,2}} & \cdots & \mathbf{P}_{rayleigh_{r,t}} \end{pmatrix} \quad (3.1.4)$$

Donde $(\mathbf{P}_{rayleigh})_{ij} \in \mathbb{C}^{r \times t}$, será la matriz que modela las pérdidas de rayleigh, para las r antenas receptoras del usuario i -ésimo, respecto a las t antenas transmisoras de la BTS j -ésima.

Así pues, podemos decir que la potencia final recibida será:

$$(\mathbf{P}_{rx})_{ij} = \mathbf{P}_{tx} \mathbf{G}_{tx} \mathbf{G}_{tx} (\mathbf{P}_{dist})_{ij} (\mathbf{P}_{log-normal})_{ij} (\mathbf{P}_{rayleigh})_{ij} \quad (3.1.5)$$

Donde cada $\sqrt{(\mathbf{P}_{rx})_{ij}}$ se corresponderá con cada término $(\mathbf{H})_{ij}$, y de este modo obtendremos nuestra matriz de canal final para nuestro sistema de estudio como ya antes había sido citada:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H})_{1,1} & (\mathbf{H})_{1,2} & \cdots & (\mathbf{H})_{1,M} \\ (\mathbf{H})_{2,1} & (\mathbf{H})_{2,2} & \cdots & (\mathbf{H})_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{H})_{N,1} & (\mathbf{H})_{N,2} & \cdots & (\mathbf{H})_{N,M} \end{pmatrix}$$

Y en nuestro caso en concreto nuestra matriz de canal será:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H})_{1,1} & (\mathbf{H})_{1,2} & (\mathbf{H})_{1,3} & (\mathbf{H})_{1,4} \\ (\mathbf{H})_{2,1} & (\mathbf{H})_{2,2} & (\mathbf{H})_{2,3} & (\mathbf{H})_{2,4} \\ (\mathbf{H})_{3,1} & (\mathbf{H})_{3,2} & (\mathbf{H})_{3,3} & (\mathbf{H})_{3,4} \\ (\mathbf{H})_{4,1} & (\mathbf{H})_{4,2} & (\mathbf{H})_{4,3} & (\mathbf{H})_{4,4} \end{pmatrix} \quad (3.1.6)$$

Donde recordamos que cada $(\mathbf{H})_{ij} \in \mathbb{C}^{r \times t} \forall i = 1, \dots, N \ j = 1, \dots, M$ es el canal visto entre el usuario i -ésimo y la estación base j -ésima.

A continuación vamos a proceder al desarrollo de las matrices precodificadoras en el escenario especificado anteriormente, pudiéndose modificar el número de antenas tanto

en transmisión como en recepción tal y como dijimos, por lo que siempre lo explicaremos en función de ‘ t ’ y ‘ r ’.

En primer lugar, procederemos a dividir nuestra matriz de canal en función de los clusters que contenga nuestro sistema. Como vimos en (2.4.2), vamos a identificar los términos para poder asociarlos a las formulas estudiadas.

En nuestro caso, dispondremos de dos cluster, por lo que partiendo de la formula anteriormente descrita, y nuestra matriz \mathbf{H} descrita en (3.1.6) tendremos:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H}_c)_{1,1} & (\mathbf{H}_{int})_{1,2} \\ (\mathbf{H}_{int})_{2,1} & (\mathbf{H}_c)_{2,2} \end{pmatrix} \quad (3.1.7)$$

Donde, $(\mathbf{H}_c)_{1,1} \in \mathbb{C}^{2r \times 2t}$ es la información perteneciente al cluster 1(BTS 1 y 2), $(\mathbf{H}_c)_{2,2} \in \mathbb{C}^{2r \times 2t}$ la información perteneciente al cluster 2(BTS 3 y 4), $(\mathbf{H}_{int})_{1,2} \in \mathbb{C}^{2r \times 2t}$ y $(\mathbf{H}_{int})_{2,1} \in \mathbb{C}^{2r \times 2t}$ son las informaciones interferentes en cada cluster respectivamente (*inter-cluster*).

Desglosando cada termino:

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}_c)_{1,1} &= \begin{pmatrix} (\mathbf{H})_{1,1} & (\mathbf{H})_{1,2} \\ (\mathbf{H})_{2,1} & (\mathbf{H})_{2,2} \end{pmatrix} \\ (\mathbf{H}_c)_{2,2} &= \begin{pmatrix} (\mathbf{H})_{3,3} & (\mathbf{H})_{3,4} \\ (\mathbf{H})_{4,3} & (\mathbf{H})_{4,4} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

Donde recordamos que $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{Nr \times Mt}$, por lo que $(\mathbf{H}_c)_{1,1}$ y $(\mathbf{H}_c)_{2,2}$ representan la información relevante ($(\mathbf{H})_{1,1}$ y $(\mathbf{H})_{2,2}$ para el cluster1 y $(\mathbf{H})_{3,3}$ y $(\mathbf{H})_{4,4}$ para el cluster2) y la información conocida interferente, intra-cluster (como serán $(\mathbf{H})_{1,2}$, $(\mathbf{H})_{2,1}$ y $(\mathbf{H})_{3,4}$, $(\mathbf{H})_{4,3}$ respectivamente a sus clusters).

Por otro lado tendremos:

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}_{int})_{1,2} &= \begin{pmatrix} (\mathbf{H})_{1,3} & (\mathbf{H})_{1,4} \\ (\mathbf{H})_{2,3} & (\mathbf{H})_{2,4} \end{pmatrix} \\ (\mathbf{H}_{int})_{2,1} &= \begin{pmatrix} (\mathbf{H})_{3,1} & (\mathbf{H})_{3,2} \\ (\mathbf{H})_{4,1} & (\mathbf{H})_{4,2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

De tal modo que, $(\mathbf{H}_{int})_{1,2}$, serán las interferencias creadas por las BTSs 3 y 4 del cluster 2, en los usuarios 1 y 2 del cluster 1. La situación contraria se dará con $(\mathbf{H}_{int})_{2,1}$ (en el Cluster 2).

Por lo tanto, pretenderemos calcular una matriz \mathbf{W}_{tx} , que elimine lo máximo posible la interferencia conocida, y sabiendo que las transmisiones entre usuarios de distintas celdas pero del mismo cluster, son ortogonales, definiremos, una \mathbf{W}_{tx} por clusters, tal y como vimos en el estudio teórico, que será:

$$\mathbf{W}_{tx} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_{tx1,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_{tx2,2} \end{pmatrix} \quad (3.1.10)$$

Lo cual nos ayudará a la hora de continuar con los algoritmos, teniendo que encontrar una solución válida para los requerimientos descritos al realizar la multiplicación $\mathbf{H} * \mathbf{W}_{tx}$, es decir, encontrar nuestra matriz, que más visualmente será:

$$\mathbf{H} * \mathbf{W}_{tx} = \begin{pmatrix} (\mathbf{H}_c)_{1,1} & (\mathbf{H}_{int})_{1,2} \\ (\mathbf{H}_{int})_{2,1} & (\mathbf{H}_c)_{2,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{W}_{tx1,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_{tx2,2} \end{pmatrix} \quad (3.1.11)$$

Así pues, procedemos a calcular la \mathbf{W}_{tx} de diferentes maneras:

3.1.1- Criterio ZF:

Como ya detallamos anteriormente, y llevando a cabo lo propuesto, procedemos a calcular la matriz precodificadora \mathbf{W}_{txZF} , por lo que

$$\mathbf{W}_{txZF_{1,1}} = ((\mathbf{H}_c)_{1,1})^{-1} \quad \text{y} \quad \mathbf{W}_{txZF_{2,2}} = ((\mathbf{H}_c)_{2,2})^{-1} \quad (3.1.12)$$

De tal modo que nuestra matriz $\mathbf{W}_{txZF} \in \mathbb{C}^{Mt \times Nr}$ final será:

$$\mathbf{W}_{txZF} = \begin{pmatrix} ((\mathbf{H}_c)_{1,1})^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & ((\mathbf{H}_c)_{2,2})^{-1} \end{pmatrix} \quad (3.1.13)$$

Por lo que podemos expresar el resultado de la ecuación (2.2.4), es decir, de nuestra matriz auxiliar de canal $\tilde{\mathbf{H}}$ tras la precodificación con Forzado a Zero como:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}} &= \mathbf{H}\mathbf{W}_{tx} = \\ &= \begin{pmatrix} I & \mathbf{0} & (H)_{1,3} * (W_{txZF})_{3,3} + (H)_{1,4} * (W_{txZF})_{4,3} & (H)_{1,3} * (W_{txZF})_{3,4} + (H)_{1,4} * (W_{txZF})_{4,4} \\ \mathbf{0} & I & (H)_{2,3} * (W_{txZF})_{3,3} + (H)_{2,4} * (W_{txZF})_{4,3} & (H)_{2,3} * (W_{txZF})_{3,4} + (H)_{2,4} * (W_{txZF})_{4,4} \\ (H)_{3,1} * (W_{txZF})_{1,1} + (H)_{3,2} * (W_{txZF})_{2,1} & (H)_{3,1} * (W_{txZF})_{1,2} + (H)_{3,2} * (W_{txZF})_{2,2} & I & \mathbf{0} \\ (H)_{4,1} * (W_{txZF})_{1,1} + (H)_{4,2} * (W_{txZF})_{2,1} & (H)_{4,1} * (W_{txZF})_{1,2} + (H)_{4,2} * (W_{txZF})_{2,2} & \mathbf{0} & I \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.1.14)$$

De este modo, obtenemos parcialmente la solución (ya que no conseguimos eliminar todas las interferencias) que buscábamos en la ecuación $\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{u} + \mathbf{n}$, que al analizar individualmente por usuario i -ésimo, nos dará, como recordamos:

$$y_i = \underbrace{\mathbf{u}_i}_{\substack{\text{info deseada} \\ \text{para usuario } i\text{-ésimo}}} + \underbrace{\sum_{k=1, k \neq i}^N \tilde{\mathbf{H}}_{i,k} \mathbf{u}_k + \mathbf{n}_i}_{\text{interferencia de los usuarios fuera del cluster}} \quad (3.1.15)$$

3.1.2- Criterio MMSE:

Partiendo de nuevo del estudio previo realizado, recordamos que el resultado final para la optimización de este criterio viene dado por la expresión genérica (2.4.20), que recordamos :

$$W_{txMMSE} = \gamma H^H \left(H H^H + \frac{Tr(R_n)}{P} I \right)^{-1}$$

De este modo, procedemos al cálculo de la matriz W_{txmmse} , empezando por la subdivisión en clusters, y dejaremos a un lado el parámetro γ de control de potencia, el cual será añadido posteriormente:

$$W_{txmmse 1,1} = ((H_c)_{1,1})^H \left((H_c)_{1,1} ((H_c)_{1,1})^H + \frac{Tr((R_n)_{1,1})}{P_1 + P_2} I \right)^{-1}$$

Y

$$W_{txmmse 2,2} = ((H_c)_{2,2})^H \left((H_c)_{2,2} ((H_c)_{2,2})^H + \frac{Tr((R_n)_{2,2})}{P_3 + P_4} I \right)^{-1}$$

(3.1.16)

Siendo $W_{txmmse 1,1}$ la matriz precodificadora del cluster 1, donde $(R_n)_{1,1}$ es la matriz de ruido y P_1 y P_2 , las potencias de las BTS pertenecientes a dicho cluster.

Por otro lado, $W_{txmmse 2,2}$ puede definirse en el mismo sentido pero respecto al cluster 2.

Por lo que nuestra matriz final será:

$$W_{txMMSE} = \begin{pmatrix} W_{txmmse 1,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & W_{txmmse 2,2} \end{pmatrix}$$

(3.1.17)

De nuevo podemos expresar el resultado de la ecuación (2.2.4), es decir:

$$\tilde{H} = HW_{tx} = \begin{pmatrix} (H)_{1,1} * (W_{txmmse})_{1,1} + (H)_{1,2} * (W_{txmmse})_{2,1} & (H)_{1,1} * (W_{txmmse})_{1,2} + (H)_{1,2} * (W_{txmmse})_{2,2} & (H)_{1,3} * (W_{txmmse})_{3,3} + (H)_{1,4} * (W_{txmmse})_{4,3} & (H)_{1,3} * (W_{txmmse})_{3,4} + (H)_{1,4} * (W_{txmmse})_{4,4} \\ (H)_{2,1} * (W_{txmmse})_{1,1} + (H)_{2,2} * (W_{txmmse})_{2,1} & (H)_{2,1} * (W_{txmmse})_{1,2} + (H)_{2,2} * (W_{txmmse})_{2,2} & (H)_{2,3} * (W_{txmmse})_{3,3} + (H)_{2,4} * (W_{txmmse})_{4,3} & (H)_{2,3} * (W_{txmmse})_{3,4} + (H)_{2,4} * (W_{txmmse})_{4,4} \\ (H)_{3,1} * (W_{txmmse})_{1,1} + (H)_{3,2} * (W_{txmmse})_{2,1} & (H)_{3,1} * (W_{txmmse})_{1,2} + (H)_{3,2} * (W_{txmmse})_{2,2} & (H)_{3,3} * (W_{txmmse})_{3,3} + (H)_{3,4} * (W_{txmmse})_{4,3} & (H)_{3,3} * (W_{txmmse})_{3,4} + (H)_{3,4} * (W_{txmmse})_{4,4} \\ (H)_{4,1} * (W_{txmmse})_{1,1} + (H)_{4,2} * (W_{txmmse})_{2,1} & (H)_{4,1} * (W_{txmmse})_{1,2} + (H)_{4,2} * (W_{txmmse})_{2,2} & (H)_{4,3} * (W_{txmmse})_{3,3} + (H)_{4,4} * (W_{txmmse})_{4,3} & (H)_{4,3} * (W_{txmmse})_{3,4} + (H)_{4,4} * (W_{txmmse})_{4,4} \end{pmatrix} \quad (3.1.18)$$

Donde podemos observar como no anulamos ninguna interferencia totalmente, pero esperamos obtener el compromiso deseado.

Es ahora cuando procedemos a introducir el control de potencia, en la etapa final de nuestro sistema, recordando (2.5.8). Sin embargo no solo lo emplearemos para el MMSE, sino también para el ZF, obteniendo las dos soluciones posibles de nuestro sistema, y a partir de las cuales empezará nuestro análisis de rendimiento comparativo:

$$y_{ZF} = \hat{H}_{zf}u + n = H\gamma_{zf} W_{tx_{zf}}u + n$$

ó

$$y_{MMSE} = \hat{H}_{mmse}u + n = H\gamma_{mmse} W_{tx_{mmse}}u + n \quad (3.1.19)$$

3.2- Usuarios:

Como ya hemos hablado, nuestro sistema contará con 4 usuarios, uno por cada celda, situados aleatoriamente, cambiando con cada iteración del programa. Solo pondremos un usuario, ya que lo que es de interés en este estudio, *es que estamos transmitiendo a una misma frecuencia para todos los usuarios del sistema, teniendo que cancelar las interferencias producidas en las estaciones base por coordinación entre ellas*. De esta manera procederemos a ver las tasas de datos que se podrán alcanzar los usuarios en este tipo de sistemas en función del tipo de precodificación aplicado.

Cabe destacar que cada canal de usuario, tendrá un numero de sub-canales que vendrá determinado como ya dijimos por el $\min(r, t)$. Así y de este modo, será siempre útil y de interés observar la matriz H desde el punto de vista de cada usuario i -ésimo respecto a cada estación base, y no al revés. También debemos decir, que podrán disponer hasta de 4 antenas en el terminal, aunque los receptores actuales habitualmente tengan una.

3.3 – Estaciones Base:

Como hemos descrito, nuestro sistema contará con 4 estaciones base ó BTSs, las cuales siempre estarán situadas en las mismas coordenadas del sistema, y servirán de base para las iteraciones de los usuarios en dicho sistema. En nuestro caso de estudio, están coordinadas dos a dos. En un sistema real la mayor parte de la carga de precodificación será llevada a cabo por las estaciones base, ya que el cálculo computacional necesario para llevar a cabo este tipo de comunicaciones para todos los usuarios de un sistema es sumamente elevado, y los receptores serán incapaces de llevarlo a cabo, aunque en ellos se realizará aún así una decodificación .

En nuestro sistema, todo el peso de codificación caerá sobre las estaciones base.

CAPITULO IV: “RESULTADOS”

Una vez realizado el estudio de los distintos modelos de precodificación en el *capítulo II* y explicado el modelo a emplear en nuestra simulación e implementación visto en el *capítulo III*, en este capítulo, se analizará y realizará una comparativa entre las prestaciones obtenidas tras las simulaciones de los diferentes tipos de precodificadores propuestos. De este modo, realizaremos 2 tipos de ejecuciones diferentes del código:

- **Primer conjunto de gráficas**, mantendremos fija la SNR , que será igual a 10 (recordamos que es adimensional), e iremos modificando los valores de las antenas de transmisión y recepción, para los típicos valores que estás pueden tomar en nuestro programa $r = 1,2,3,4$ y $t = 1,2,3,4$. De este modo podremos observar como mejora la tasa de bits, R_b , con el aumento de antenas, así como la ‘CDF’(Cumulative Distribution Function) respecto a la tasa de datos R_b y a la $SNIR$.
 - Dentro de este primer conjunto, representaremos otro subconjunto de gráficas, donde también se mantendrá fijo el número de antenas, por lo que este subconjunto, está supeditado al primero. Lo que haremos es ir variando automáticamente la SNR desde 10 hasta 40 con pasos de 1 unidad (30 valores distintos), para poder observar la evolución de la R_b por usuario frente a esta. Esto lo haremos de tal modo, que para cada valor de SNR , se realicen otras 30 iteraciones, para poder obtener una media tanto de la R_b por usuario como para cada valor de SNR .
- En segundo lugar, **segundo conjunto de gráficas**, podremos ver todas las $CDFs$, en una misma gráfica. Mientras se ejecuta el programa manteniendo fija la SNR , los valores de las antenas irán cambiando automáticamente. De este modo podremos observar estas $CDFs$ respecto a la tasa de datos R_b y a la $SNIR$, para los distintos casos de configuración de antenas.
- Para finalizar, expondremos un **caso particular**, en el cuál, estarán transmitiendo $t = 4$ antenas y recibirá tan solo, $r = 1$ antena. De este modo, pretendemos observar como aumenta la capacidad de canal, tan solo modificando las antenas transmisoras.

Realizaremos para todos los casos 150 iteraciones con el fin de tener un número significativo de muestras, recordando que los usuarios están siempre situados aleatoriamente en todas las iteraciones, cambiando las pérdidas del canal y por consiguiente su matriz de canal \mathbf{H} , la cual podrá ser considerada como una matriz de variables aleatorias.

4.1 - Primer conjunto de gráficas:

4.1.1- Gráficas para $r = 1$, $t = 1$, $SNR = 10$ y 150 iteraciones

- Tasa de datos R_b por usuario en cada iteración:

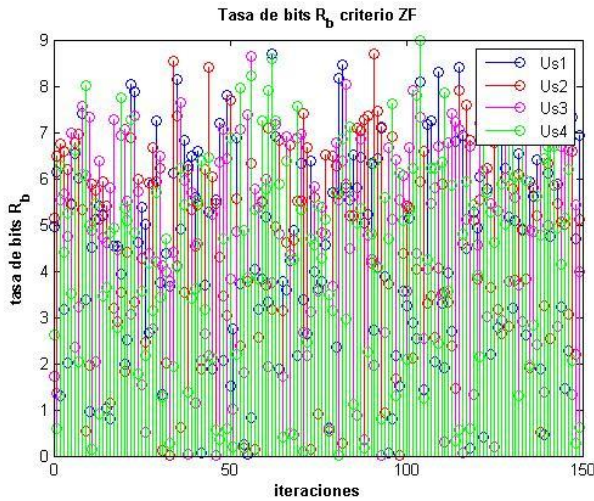


Ilustración 10- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF

$t=1, r=1$

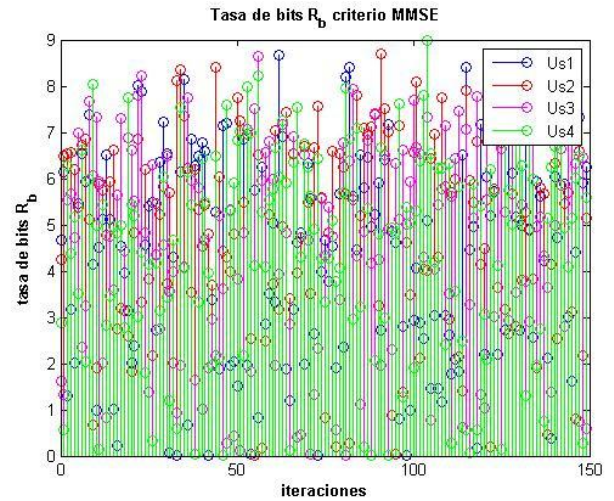


Ilustración 11- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE

$t=1, r=1$

Observamos que la tasa de datos alcanzada por ambos criterios de precodificación es similar. R_b llega a alcanzar un máximo de 9 bits, estando la media total alrededor de los 4,7 bits para ambos criterios.

- Comparativa CDFs para la tasa de bits R_b y para la SNIR:

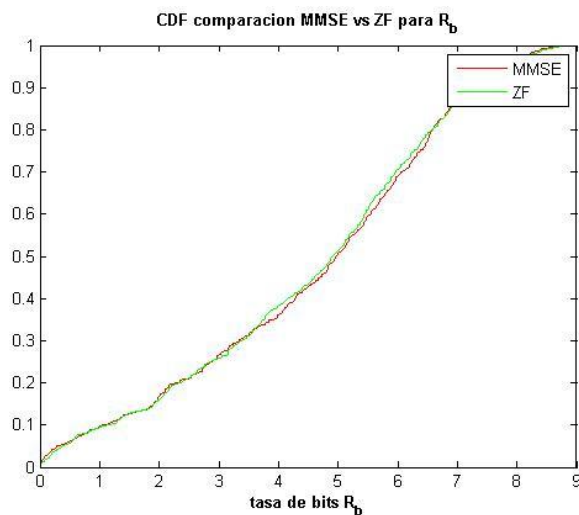


Ilustración 12- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b

$t=1, r=1$

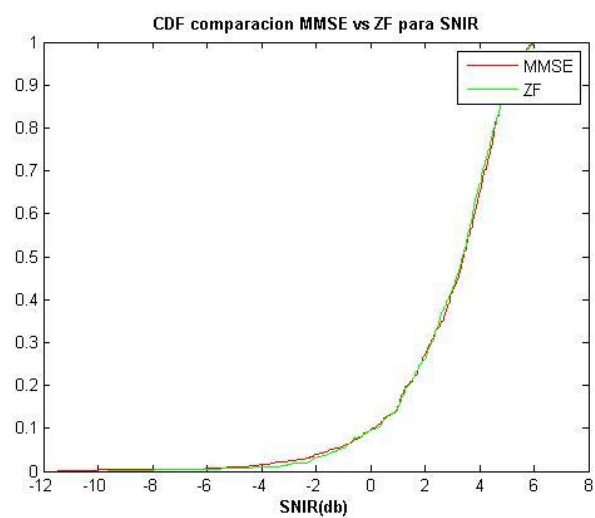


Ilustración 13- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR

$t=1, r=1$

En la *ilustración 12*, podemos ver como apenas existe diferencia en cuanto a la tasa de datos se refiere, entre ambos criterios. También podemos observar al ver la distribución que las muestras están muy espaciadas, por lo que no prestará gran calidad de servicio, confiabilidad en la transmisión al ser muy aleatorios sus tasas de datos.

En la *ilustración 13*, observamos la comparación de la *CDF* para los dos criterios. Podemos decir, que no hay prácticamente diferencia entre ambos criterios en esta configuración, siendo la máxima *SNIR* alcanzada igual a 6 dB

4.1.1.1 - Subconjunto de gráficas ($r = 1$ y $t = 1$) variando *SNR*:

- Comparativa tasa de bits R_b vs *SNR*:

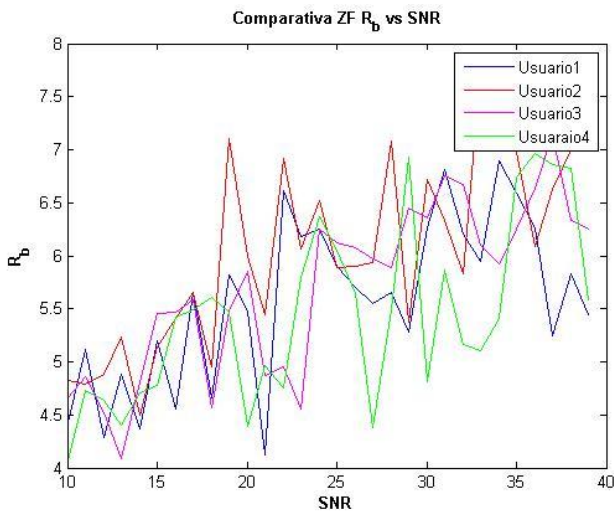


Ilustración 14- Comparación R_b vs *SNR* variable, criterio ZF

$t=1, r=1$

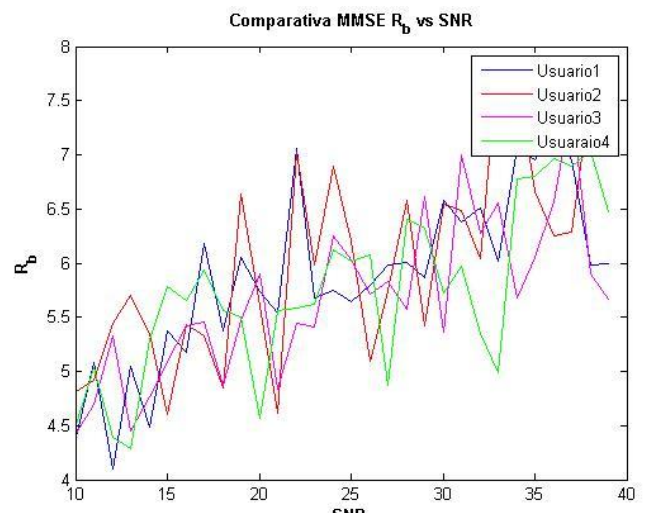


Ilustración 15- Comparación R_b vs *SNR* variable, criterio MMSE

$t=1, r=1$

En esta comparativa entre ambos criterios, podemos observar que el incremento de la *SNR*, conlleva un ascenso por igual de la tasa de bits para ambos criterios de precodificación en esta configuración. Partiendo de una *SNR* igual a 10, que ofrece un servicio de 4,6 *bits* de media para todos los usuarios, hasta llegar a una *SNR* de 40 y una tasa de datos media de 6,5 *bits*.

4.1.2- Gráficas para $r = 2, t = 2, SNR = 10$ y 150 iteraciones

- Tasa de datos R_b por usuario en cada iteración

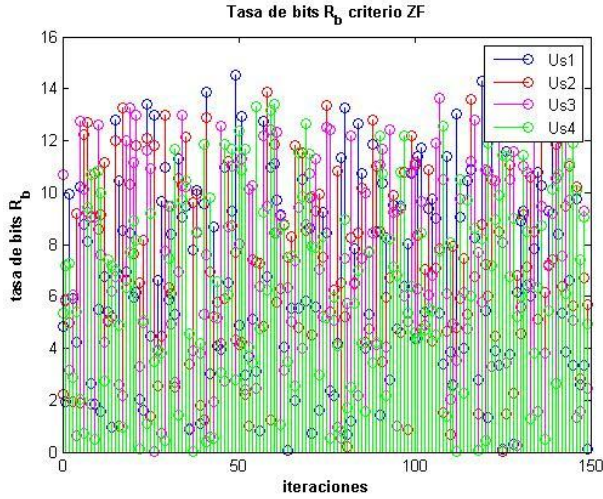


Ilustración 16- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF

$t=2, r=2$

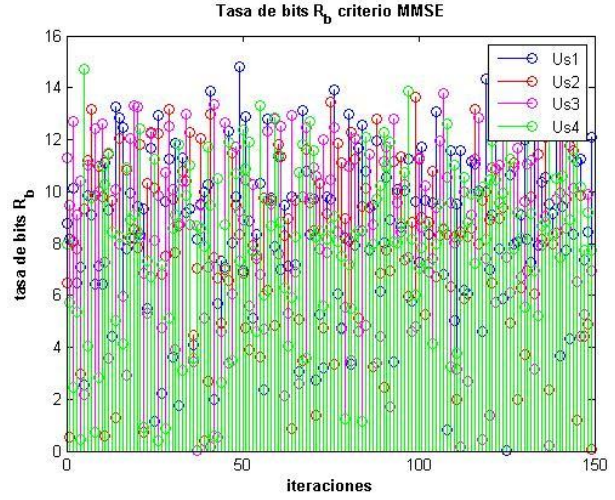


Ilustración 17- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE

$t=2, r=2$

En las *ilustraciones 16 y 17*, podemos observar el aumento de la tasa de datos respecto a la anterior configuración, alcanzando una R_b máxima de *15 bits*. La tasa de datos media alcanzada por ambos criterios empieza a variar, aumentando para el criterio MMSE. La media alcanzada para el criterio ZF es de *7,8 bits*, mientras que para el MMSE es de *8,8 bits*, es decir un bit más.

- Comparativa CDFs para la tasa de bits R_b y para la SNIR;

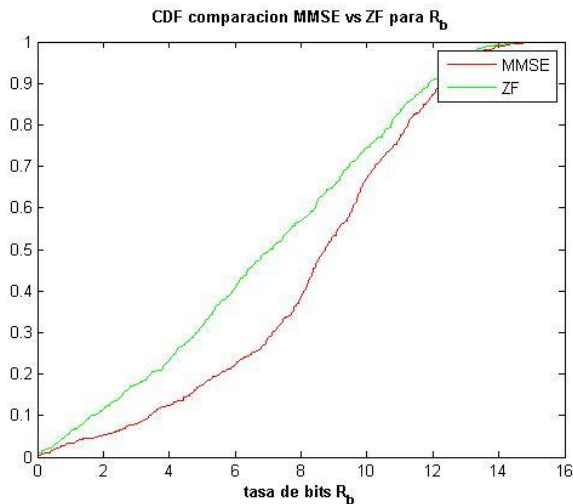


Ilustración 18- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b

$t=2, r=2$

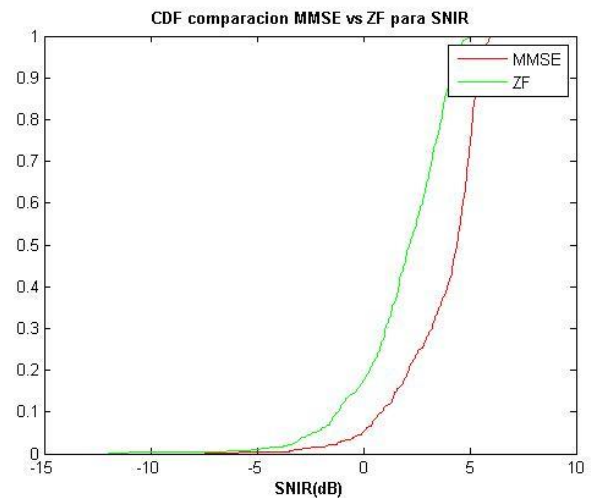


Ilustración 19- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR

$t=2, r=2$

En ambas ilustraciones, podemos ver como comienza a haber diferencia entre ambos criterios.

En la *ilustración 18*, podemos observar como mejora la probabilidad de obtener una mayor tasa de datos del MMSE respecto al ZF. Del mismo modo, en la *ilustración 19*, vemos la mejora de la relación de la señal frente al ruido interferente.

4.1.2.1 - Subconjunto de gráficas ($r = 2$ y $t = 2$) variando SNR:

- Comparativa tasa de bits R_b vs SNR (en media):

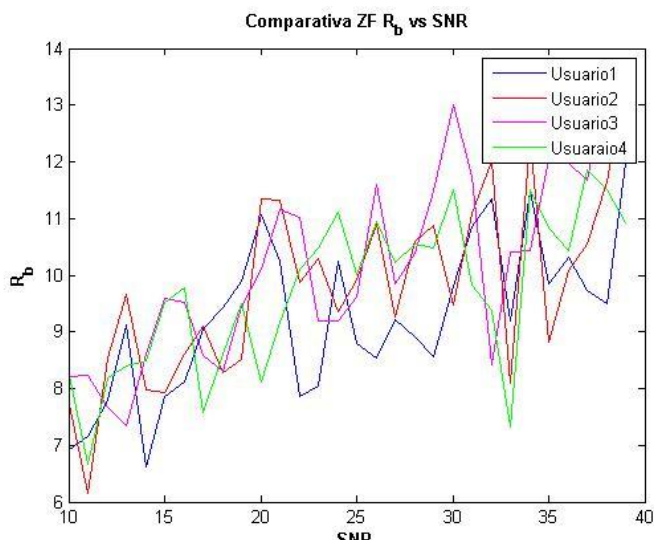


Ilustración 20- Comparación R_b vs SNR variable, criterio ZF

$t=2, r=2$

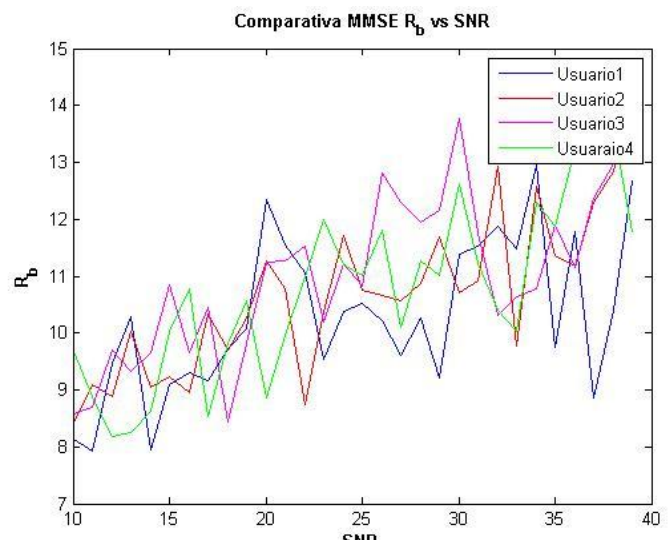


Ilustración 21- Comparación R_b vs SNR variable, criterio MMSE

$t=2, r=2$

De nuevo, observamos que el incremento de la SNR , conlleva un ascenso de la tasa de bits para esta configuración. Partiendo de una SNR igual a 10, que ofrece un servicio de 7,8 bits para ZF y 8,8 bits para MMSE de media para todos los usuarios, hasta llegar a una SNR de 40 y una tasa de datos media de 12 bits y 13 bits respectivamente.

4.1.3- Gráficas para $r = 3, t = 3, SNR = 10$ y 150 iteraciones

- Tasa de bits R_b por usuario en cada iteración:

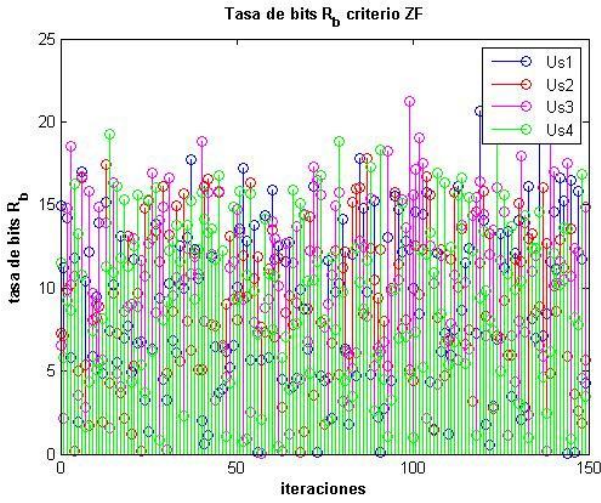


Ilustración 22- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF

$t=3, r=3$

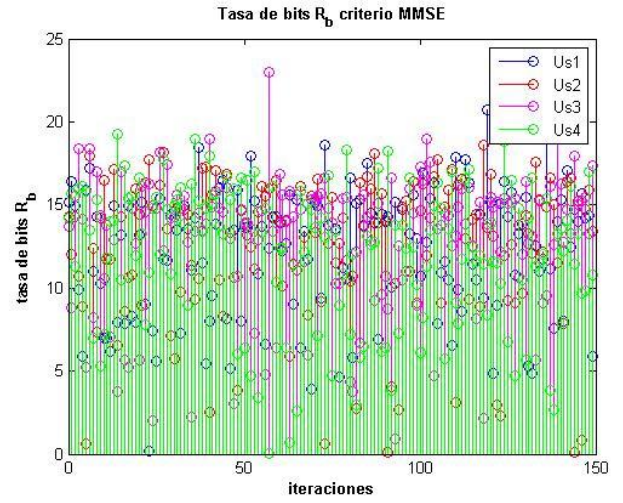


Ilustración 23- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE

$t=3, r=3$

De nuevo, observamos el aumento de la tasa de datos respecto a la anterior configuración, alcanzando una R_b máxima esta vez de 21 bits. La tasa de datos media alcanzada por ambos continua variando, aumentando de nuevo para el criterio MMSE, como podemos contrastar en las ilustraciones 22 y 23. La media alcanzada para el criterio ZF es de 9,8 bits, mientras que para el MMSE es de aproximadamente 12 bits, es decir, más de dos bits.

- Comparativa CDFs para la tasa de bits R_b y para la SNIR:

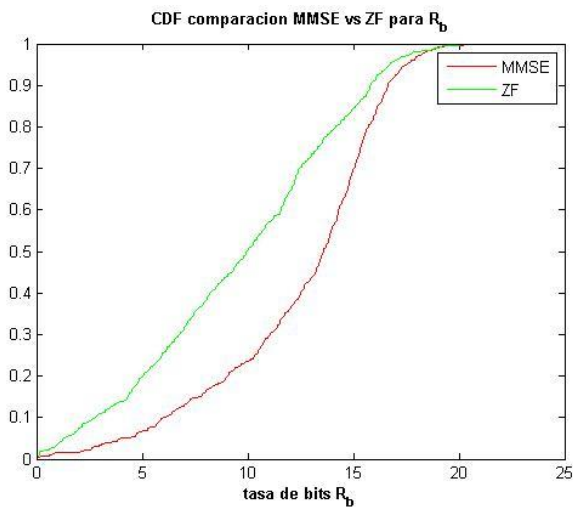


Ilustración 24- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b

$t=3, r=3$

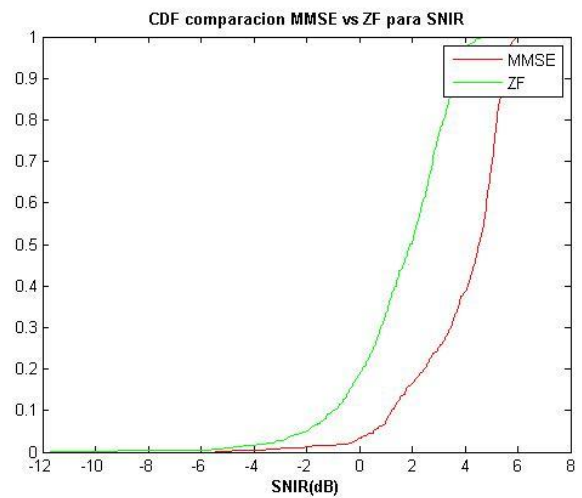


Ilustración 25- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR

$t=3, r=3$

Se acentúa la diferenciación, en la *ilustración 24*, podemos observar como mejora la probabilidad de obtener una mayor tasa de datos del MMSE respecto al ZF.

En la *ilustración 25*, vemos como comienza a disminuir la *SNIR*, debido al aumento de interferencias al tener mayor número de antenas, pero al contrastar ambos métodos observamos la mejora sustancial del MMSE frente al ZF.

4.1.3.1 - Subconjunto de gráficas ($r = 3$ y $t = 3$) variando SNR:

- Comparativa tasa de bits R_b vs SNR (en media):

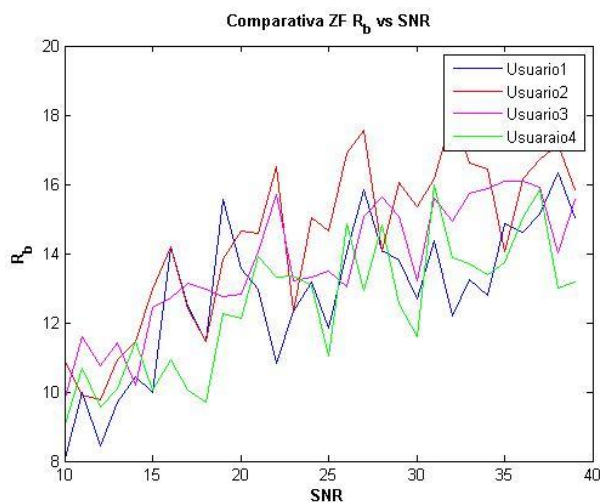


Ilustración 26- Comparación R_b vs SNR variable, criterio ZF

$t=3, r=3$

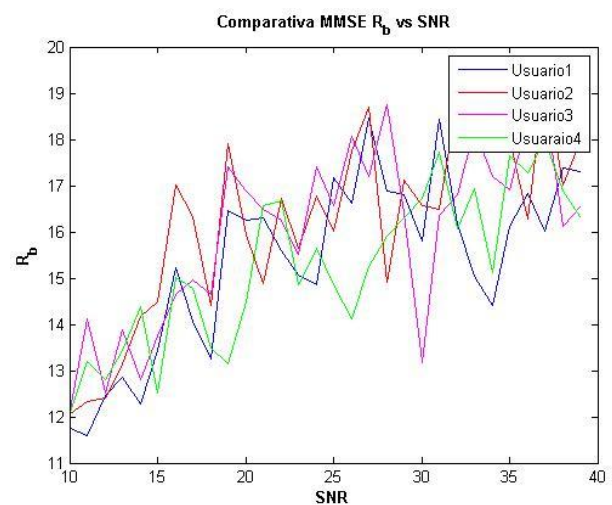


Ilustración 27- Comparación R_b vs SNR variable, criterio MMSE

$t=3, r=3$

De nuevo, observamos que el incremento de la *SNR*, conlleva un ascenso de la tasa de bits para esta configuración. Partiendo de una *SNR* igual a 10, que ofrece un servicio de 7,8 bits para ZF y 8,8 bits para MMSE de media para todos los usuarios, hasta llegar a una *SNR* de 40 y una tasa de datos media de 12 bits y 13 bits respectivamente.

4.1.4- Gráficas para $r = 4$, $t = 4$, $SNR = 10$ y 150 iteraciones

- Tasa de bits R_b por usuario en cada iteración:

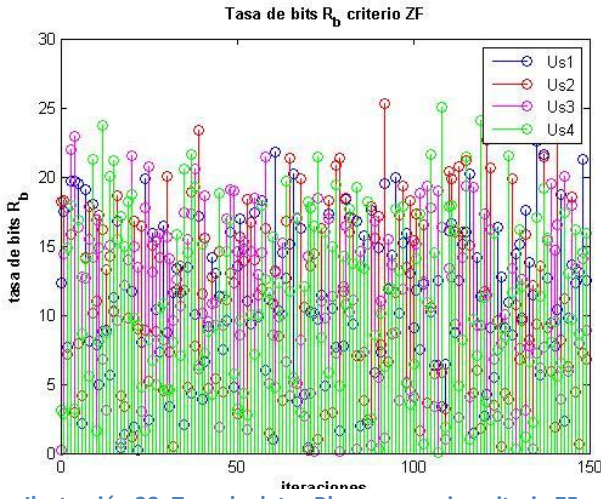


Ilustración 28- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF

$t=4$, $r=4$

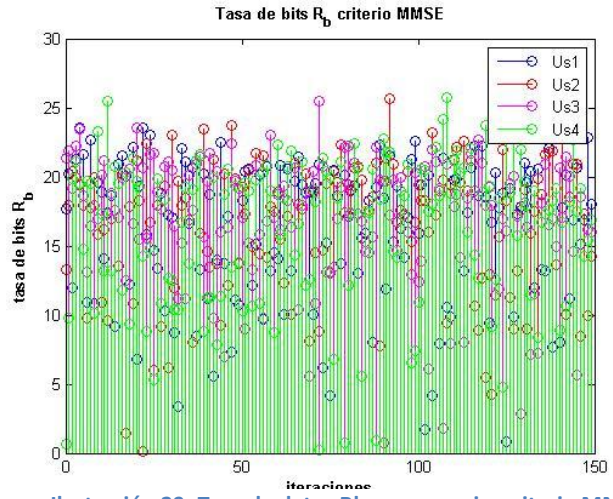


Ilustración 29- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE

$t=4$, $r=4$

En ambas ilustraciones, podemos observar el aumento de la tasa de datos respecto a la anterior configuración, alcanzando una R_b máxima esta vez de 26 bits. La tasa de datos media alcanzada por ambos continua variando, aumentando de nuevo para el criterio MMSE, como podemos contrastar en las ilustraciones 28 y 29. La media alcanzada para el criterio ZF es de 13 bits, mientras que para el MMSE es de aproximadamente 18 bits, es decir, más de 5 bits.

- Comparativa CDFs para la tasa de bits R_b y para la SNIR:

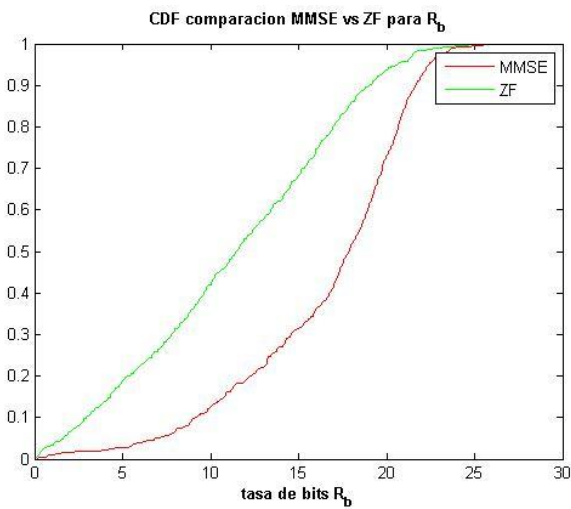


Ilustración 30- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b

$t=4$, $r=4$

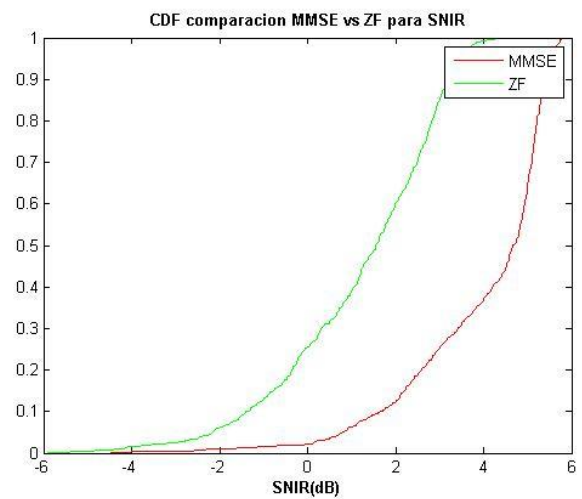


Ilustración 31- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR

$t=4$, $r=4$

Continúa acentuándose la diferenciación entre ambos criterios. En la *ilustración 30*, podemos ver como mejora el sistema al usar el criterio MMSE frente al ZF. Aunque para ambos aumenta la tasa de datos (al tener más antenas), podemos observar que la distribución de la R_b para el criterio ZF, continua siendo muy aleatoria, mientras que con el MMSE no, lo cual supone una gran ventaja para este último.

Mirando la *ilustración 30* de nuevo, podemos ver que la probabilidad de conseguir una tasa menor de 10 bits es de un 40% para el ZF mientras que para el MMSE es de un 12%. Es una diferencia muy notable ya que nos indica que la probabilidad de tener una tasa de bits buena es mucho mayor para el MMSE que para el ZF.

En la *ilustración 31*, vemos como continúa disminuyendo la *SNIR* con ambos criterios, debido al aumento de interferencias por tener un mayor número de antenas, pero al contrastar ambos métodos observamos una gran mejora del MMSE frente al ZF.

4.1.4.1 - Subconjunto de gráficas ($r = 4$ y $t = 4$) variando SNR:

- Comparativa tasa de bits R_b vs SNR (en media):

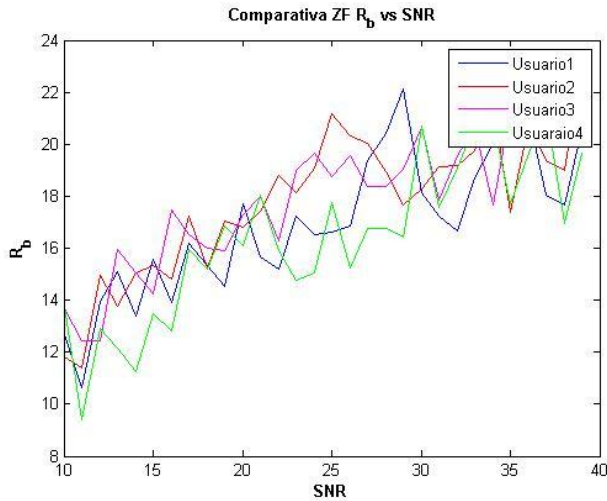


Ilustración 32- Comparación R_b vs SNR variable, criterio ZF

$t=4, r=4$

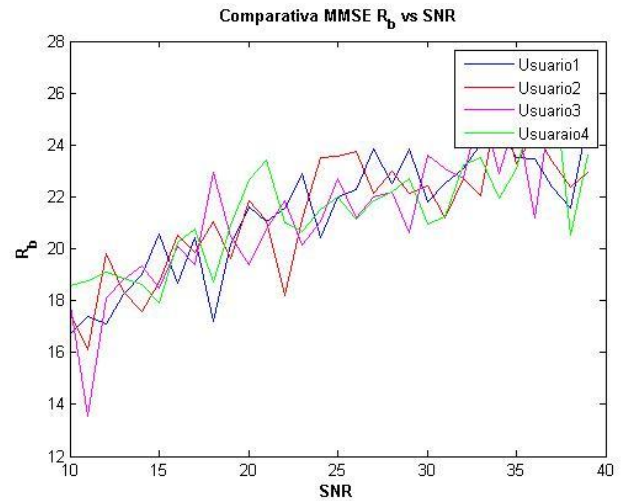


Ilustración 33- Comparación R_b vs SNR variable, criterio ZF

$t=4, r=4$

Observamos que el incremento de la *SNR*, conlleva de nuevo un ascenso de la tasa de bits para esta configuración. Partiendo de una *SNR* igual a 10, que ofrece un servicio de 13 bits para ZF y 18 bits para MMSE de media para todos los usuarios, hasta llegar a una *SNR* de 40 y una tasa de datos media de 20 bits y 24 bits respectivamente.

4.2 - Segundo conjunto de gráficas:

Por último, como dijimos anteriormente, vamos a proceder con el segundo conjunto de imágenes, en el que iremos dando valores a la SNR desde 10 hasta 20 de dos en dos unidades. Lo que pretendemos es tener una comparativa más visual de la mejora de la tasa de datos, manteniendo la SNR fija, y poder visualizarlo para las diferentes configuraciones de estudio en una misma gráfica.

4.2.1- Gráficas para $SNR = 10$:

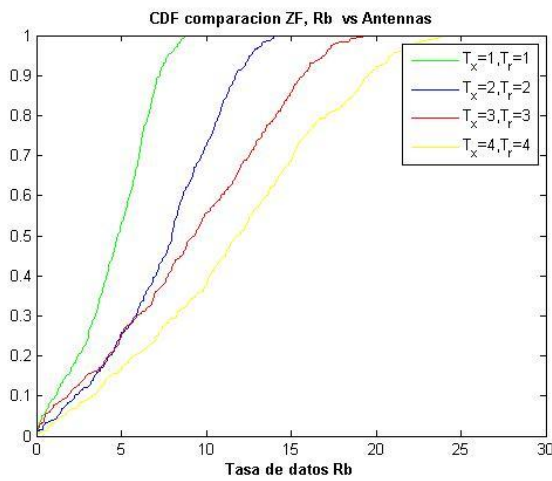


Ilustración 34- CDF, criterio ZF, comparación R_b vs Antenas

SNR=10

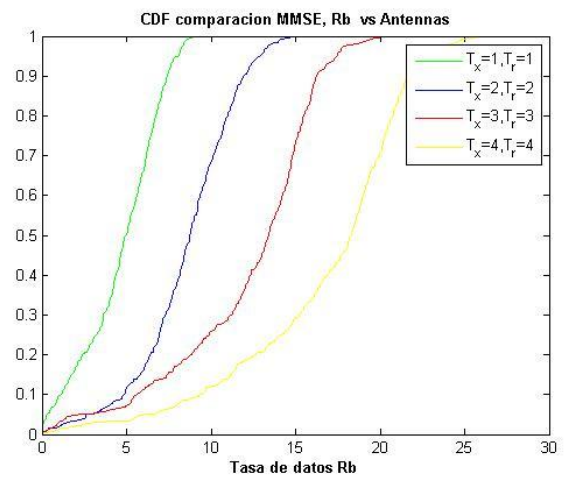


Ilustración 35- CDF, criterio MMSE, comparación R_b vs Antenas

SNR=10

4.2.2- Gráficas para $SNR = 12$:

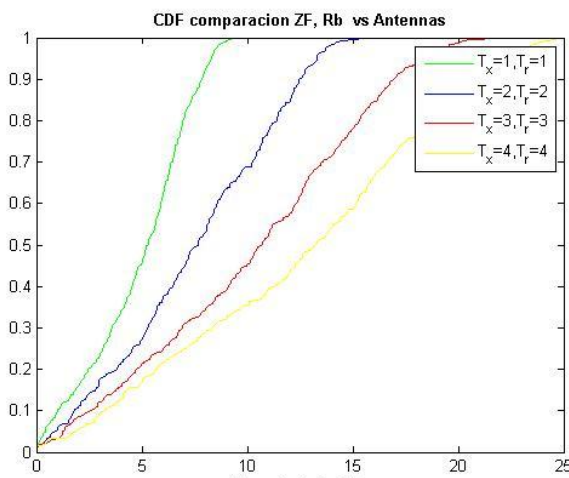


Ilustración 36- CDF, criterio ZF, comparación R_b vs Antenas

SNR=12

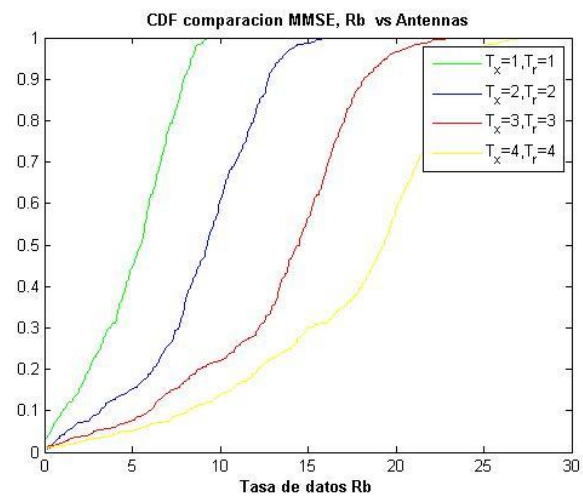


Ilustración 37- CDF, criterio MMSE, comparación R_b vs Antenas

SNR=12

4.2.3- Gráficas para $SNR = 14$:

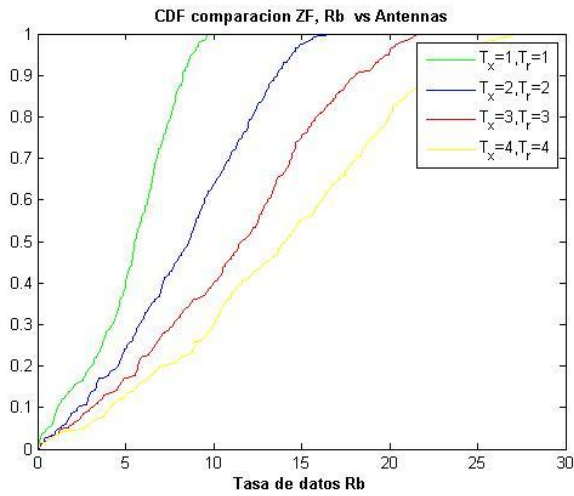


Ilustración 38- CDF, criterio ZF, comparación R_b vs Antenas

SNR=14

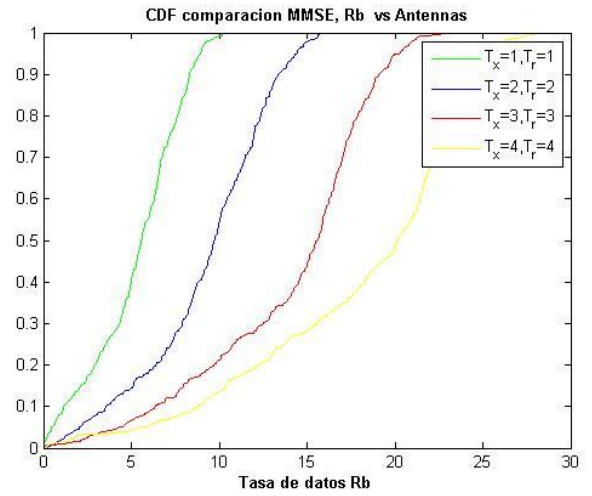


Ilustración 39- CDF, criterio MMSE, comparación R_b vs Antenas

SNR=14

4.2.4- Gráficas para $SNR = 16$:

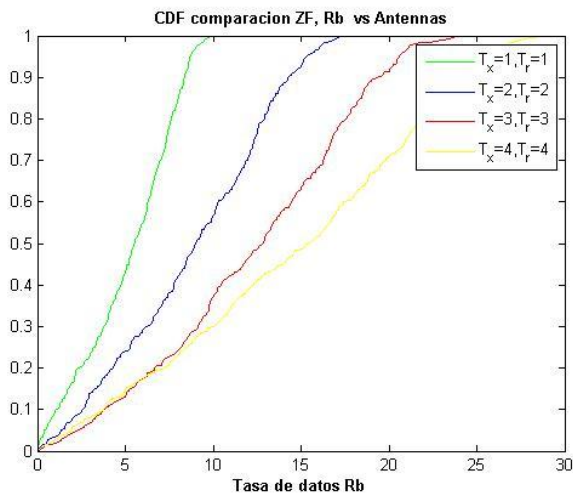


Ilustración 40- CDF, criterio ZF, comparación R_b vs Antenas

SNR=16

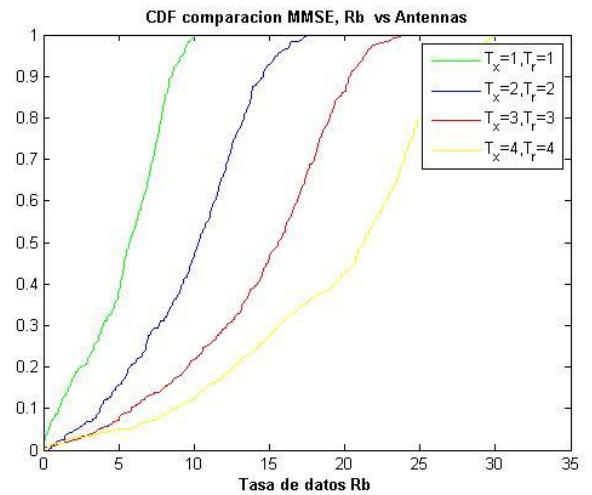


Ilustración 41- CDF, criterio MMSE, comparación R_b vs Antenas

SNR=16

4.2.5- Gráficas para $SNR = 18$:

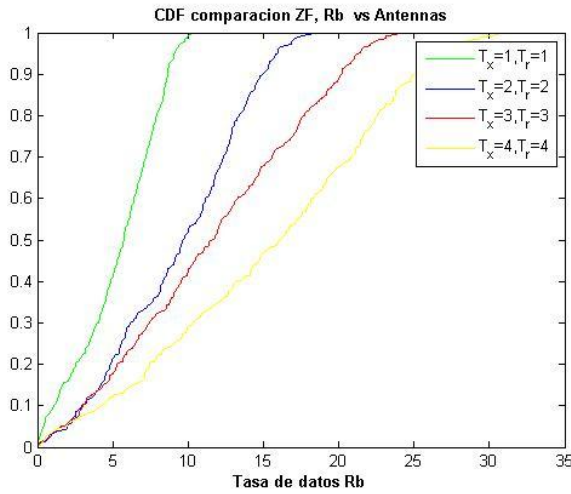


Ilustración 42- CDF, criterio ZF, comparación R_b vs Antenas
SNR=18

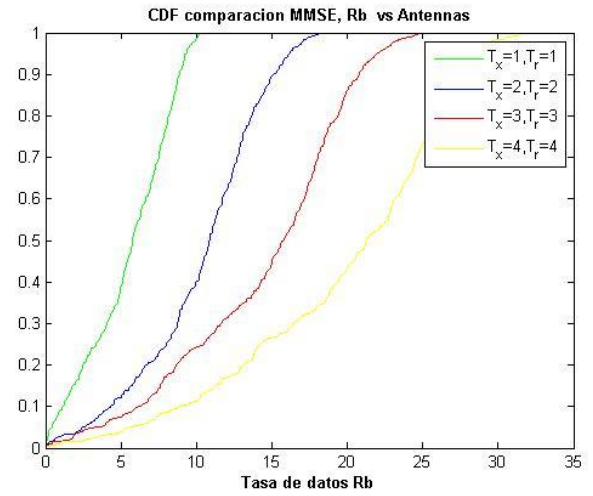


Ilustración 43- CDF, criterio MMSE, comparación R_b vs Antenas
SNR=18

4.2.6- Gráficas para $SNR = 20$:

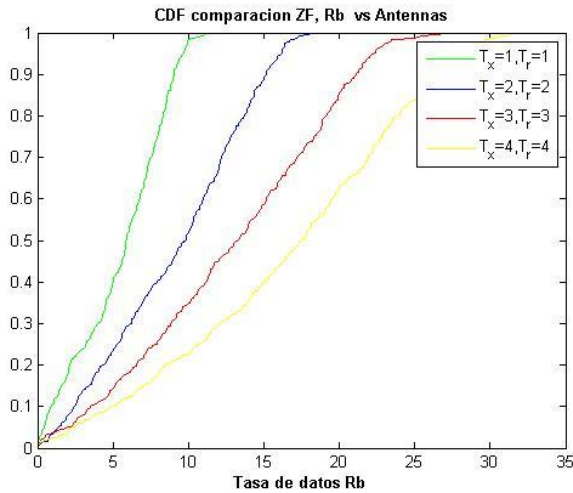


Ilustración 44- CDF, criterio ZF, comparación R_b vs Antenas
SNR=20

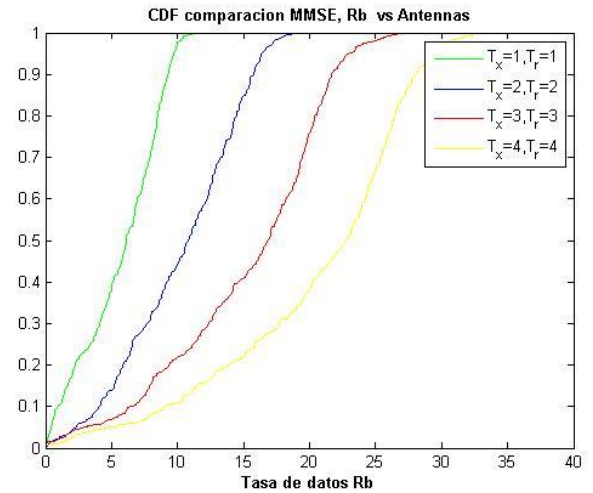


Ilustración 45- CDF, criterio MMSE, comparación R_b vs Antenas
SNR=20

Como podemos observar, y era de esperar, el aumento de la SNR conlleva un aumento de la tasa de datos.

Partiendo de las *ilustraciones 35 y 36* en el que la R_b alcanza un máximo de 24 y 26 *bits* respectivamente (en el caso de $t = 4$ y $r = 4$) para una SNR igual a 10, llegamos a las *ilustraciones 44 y 45*, donde la tasa máxima de datos es de 32 *bits* para una SNR igual a 20.

4.3 – Caso particular: $t = 4, r = 1$:

Para este caso particular, tan solo obtendremos el primer conjunto de gráficas. Con ello simplemente queremos apreciar si al aumentar el número de antenas transmisoras manteniendo tan solo una antena receptora, se produce una mejora sustancial en el sistema.

Hemos propuesto este caso particular, porque nos hace entender, que en caso de que se produzca dicha mejora, será fácil la implantación de esta tecnología, debido a que actualmente la inmensa mayoría de los móviles constan de una sola antena receptora, y podría ser aplicada de inmediato.

Tasa de bits R_b por usuario en cada iteración:

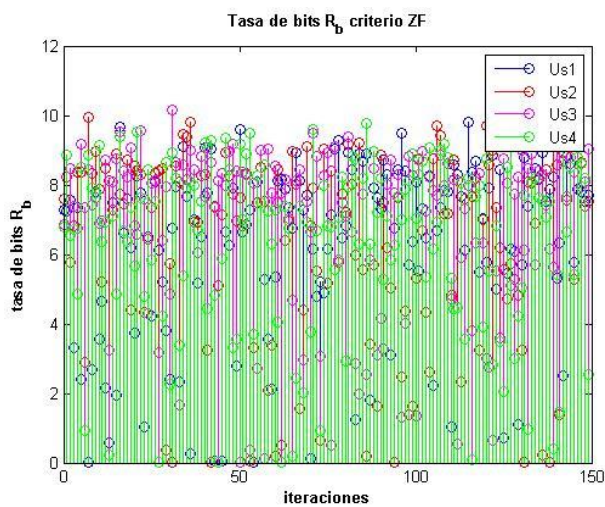


Ilustración 46- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio ZF

$t=4, r=1$

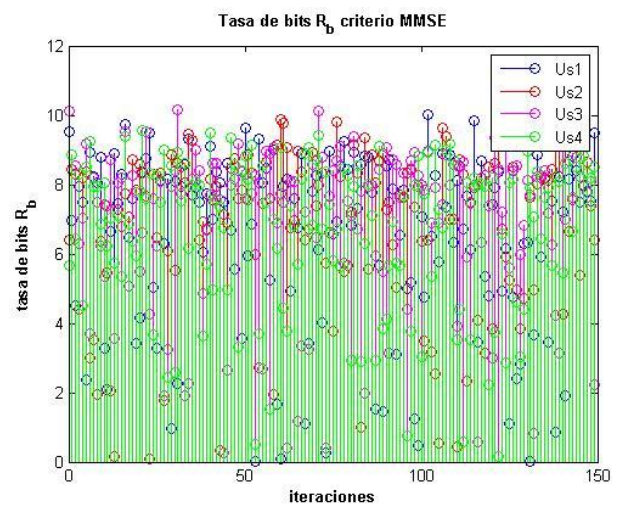


Ilustración 47- Tasa de datos R_b , por usuario, criterio MMSE

$t=4, r=1$

Comparativa CDFs para la tasa de bits R_b y para la SNIR:

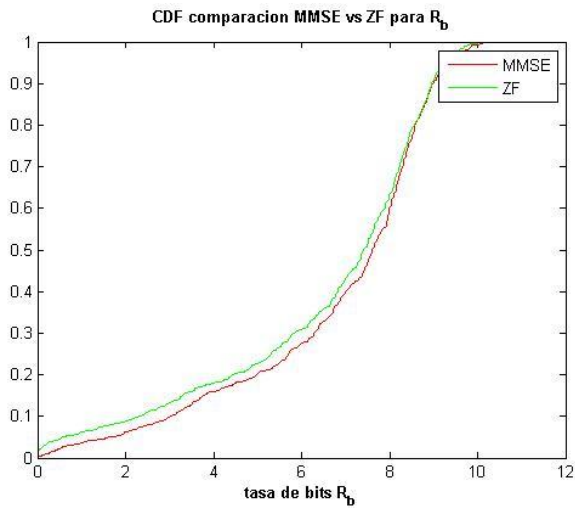


Ilustración 48- CDF comparación MMSE vs ZF frente a R_b

$t=4, r=1$

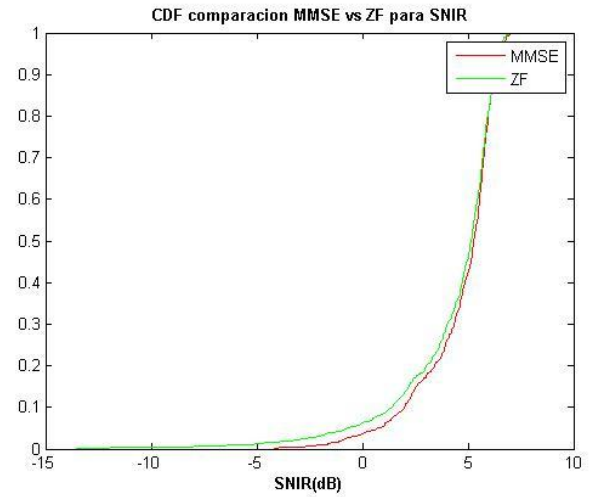


Ilustración 49- CDF comparación MMSE vs ZF frente a SNIR

$t=4, r=1$

Podemos observar en las *ilustraciones 46 y 47* que la tasa media de datos para ambos criterios es prácticamente la misma.

En la *ilustración 48 y 49* podemos observar que la mejoría introducida por el criterio MMSE frente al ZF es mínima.

Observamos que la tasa de datos alcanzada por ambos criterios de precodificación es similar. R_b llega a alcanzar los 11 *bits*, estando la media total alrededor de los 7 *bits*.

CAPÍTULO V: “CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS”

5.1- Conclusiones:

Este capítulo se dividirá en dos apartados, el primero, *resultado de las simulaciones*, en el que hablaremos de los conjuntos de gráficas obtenidas como resultado de nuestro estudio, y si se ajustan a lo esperado

5.1.1- Resultado de las simulaciones:

En primer lugar, hemos de decir que los resultados obtenidos han sido los esperados.

En cuanto al *primer conjunto de gráficas*, podemos observar que mientras en la configuración para $t = 1$ y $r = 1$, no notábamos apenas diferencia entre ambos criterios de precodificación, para $t = 4$ y $r = 4$, vemos diferencias más que significativas. Esto se debe a lo que fue ya explicado en el *capítulo I*, la ganancia por *multiplexado espacial*. Al haber más caminos de propagación, se aumenta la capacidad del canal, variando sus valores de pico de tasas de datos desde los 9 bits, para la primera configuración (*ilustración 10 y 11*) hasta los 26 bits de la cuarta configuración (*ilustración 28 y 29*).

En las gráficas del tipo *Comparativa CDFs para la tasa de bits R_b* , observamos a lo largo de las diferentes configuraciones de estudio, que excepto en la primera de ellas (con $t = 1$ y $r = 1$) donde ambos criterios muestran un comportamiento similar (debido a que al contar con una sola antena tanto transmitiendo como recibiendo, estaríamos hablando de un sistema *SISO*, y no veríamos el aumento de las prestaciones introducidas por un sistema *MIMO*), según aumenta el número de antenas, se produce una mayor distanciación entre ambos criterios.

El resultado es que el MMSE siempre tendrá una mayor probabilidad de una tasa de datos elevada (la aproximación de su curva cada vez es más aproxima al modelo ideal de la *CDF*). Por el contrario, la curva obtenida en todas estas simulaciones para el criterio ZF, es prácticamente similar, es decir no disminuye en gran medida la probabilidad de sacar una baja tasa de datos.

El desplazamiento esperado en estas curvas era que aumentando el número de antenas, se fuesen desplazando hacia la derecha, aumentando la probabilidad de una buena tasa de datos.

En las gráficas del tipo *Comparativa CDFs para la SNIR*, de nuevo, en la primera configuración, no hay apenas diferencia, pero a medida que aumentamos el número de antenas sí. Sin embargo la probabilidad de obtener una SNIR alta para ambos casos, decrece con el aumento del número de antenas, esto se debe a que aumentan el número de interferencias.

Podemos observar a lo largo de estas gráficas, que al emplear el criterio MMSE, el sistema responde mejor frente al ruido e interferencias que el ZF. Esto es debido como dijimos, al compromiso que intenta alcanzar entre la reducción del ruido del sistema y la cancelación de la interferencia dentro de cada cluster, aumentando de este modo en gran medida la *SNIR*.

También debemos tener en cuenta que gran parte de la mejora se debe al control de potencia. Lo cual permite que el sistema sea más eficaz a la hora de distribuir la misma.

En cuanto al *caso particular*, al observar la *ilustración 46 y 47* percibimos que la tasa de datos alcanzada para ambos criterios es de aproximadamente *7 bits* de media para todos los usuarios, suponiendo una mejora respecto a la configuración de $t = 1$ y $r = 1$, donde la tasa alcanzada era de *4,7 bits*, pero por debajo de la de $t = 2$ y $r = 2$, cuya media de servicio es de *7,8 bits* para el ZF y *8,8 bits* para el MMSE. Por lo que a simple vista no se produce ninguna mejora realmente apreciable, y además estamos usando cuatro antenas para transmitir.

Sin embargo, al mirar la *ilustración 48*, observamos el aumento sustancial de la probabilidad de obtener una alta tasa de datos para ambos criterios, es decir de servir a todos los usuarios más fiablemente y por igual. Podemos observar que ambos criterios en este caso se comparten similarmente. Esto se debe a que la precodificación mediante MMSE, realmente gana más en capacidad cuando se realiza el aumento del número de antenas en ambos extremos, al crearse de este modo más subcanales que favorecen la *multiplexación espacial*.

En la *ilustración 49*, se muestra un comportamiento muy bueno de la relación señal a ruido más interferencia para ambos métodos.

Por lo tanto debemos concluir que los resultados finales obtenidos en general se corresponden a los teóricos esperados, siendo el criterio MMSE el que mejor se adapta a esta tecnología, aumentando en gran medida la capacidad de canal y optimizando como buscábamos los sistemas de comunicaciones existentes.

5.1.2- Conclusiones generales:

Una vez realizadas las simulaciones respecto a los diferentes modos de precodificación, analizados los resultados alcanzados con cada uno de ellos en función del número de antenas empleado, y realizadas las comparaciones pertinentes, este capítulo pretenderá demostrar las conclusiones respecto a los objetivos esperados inicialmente en este proyecto.

Entre las simulaciones numéricas realizadas, podemos destacar el efecto que produce el aumento del número de antenas (tanto transmisoras como receptoras) en el rendimiento del sistema, el cual, visualmente quedaría reflejado con el aumento de la medida R_b respecto a la SNR.

Sobre todo debemos prestar especial atención, al número de antenas receptoras, ya que, por teoría, sabemos que al aumentar estas, también aumenta directamente el número de subcanales, y por lo tanto la diversidad disponible.

Por otro lado, fijándonos en el aumento de las antenas transmisoras (recordando siempre que $r \leq t$) y basándonos en la teoría, podemos apreciar un aumento de la capacidad del canal debida al multiplexado espacial y a la elevada complejidad computacional establecida en el transmisor.

Debido a lo estudiado a lo largo de este proyecto, observamos las enormes mejoras que estos sistemas pueden ofrecer al campo de las telecomunicaciones, especialmente a las comunicaciones inalámbricas, por lo que supondrá grandes posibilidades para la investigación, el desarrollo y los mercados en este campo de referencia.

5.1- Lineas futuras:

Debido al estudio realizado, hemos podido observar el incremento de las prestaciones de un sistema de comunicaciones con tecnología MIMO multiusuario, por lo que será viable extenderlo a nuestros sistemas de comunicaciones actuales.

Para aumentar la fiabilidad de los resultados obtenidos, se debería trasladar la simulación a entornos más realistas, en los que nos encontremos en un sistema de comunicaciones real, con un gran número de clusters, y por lo tanto un gran número de usuarios así como de nodos B (estaciones base), recordando que todos los usuarios estarán compartiendo el total del espectro radioeléctrico, pudiendo transmitir a las mismas frecuencias.

Por lo estudiado, podemos hacernos una idea del elevado cálculo computacional o de análisis que se necesitará tan solo para el cálculo de la matriz de canal H , recordando

que la coordinación entre estaciones base y conocimiento del canal es indispensable. Este sería otro punto, que podría ser estudiado en mucho detalle, buscando algoritmos más eficaces, atendiendo a estas necesidades del sistema.

Los modelos empleados, como el ZF o el MMSE, realmente son técnicas subóptimas basadas en precodificación lineal. Sin embargo, según demuestra la *literatura* [16] y [18], existen otros métodos capaces de incrementar aún más la capacidad de canal, basándose en precodificadores no lineales, como la técnica del “Código en Papel Sucio” (*DPC*, Dirty Paper Coding [16]) ó otro método conocido como *SVD* (Descomposición mediante Valores Singulares [18]). Sin embargo, estas últimas técnicas, requerirán un elevado cálculo computacional tanto en los transmisores como en los receptores, lo cual supondrá un elevado coste.

Otro posible punto a continuar con su estudio, sería el análisis de algoritmos óptimos para la asignación de potencias.

En nuestro sistema de estudio, obligamos a que cada BTS, de servicio obligatoriamente al usuario que se encuentra en su celda, sin embargo, aunque esto debería ser lo ideal, porque entendemos que al estar a una menor distancia, habrá más potencia, no siempre se cumple debido a las pérdidas del canal, por lo que otra estación adyacente (con la misma potencia) podría dar mejor servicio a dicho usuario aunque no esté en su celda. Es decir, se podrán estudiar algoritmos para controlar la asignación de los usuarios con las estaciones base en función de los criterios de interés del estudio.

Uno de los mayores puntos de interés para la continuación de su estudio, sería sin duda, el poder eliminar la interferencia *inter-cluster*. Como ya vimos, en este proyecto eliminamos en lo máximo posible las interferencias *intra-cluster*, pero en un principio la idea era desarrollar también algún tipo de filtro multiusuario, que fuera capaz de eliminar la información no deseada que le llega a cada usuario desde otros cluster.

ANEXO I : “Presupuesto”

En este capítulo se detallaran las etapas, duración y costes de la realización de este proyecto, teniendo en cuenta en estos últimos los recursos humanos, hardware y software utilizados. En este apartado, desglosaremos el presupuesto total para el desarrollo y la posterior implantación de este proyecto.

Planificación del proyecto:

- 1) Análisis previo de las tecnologías existentes
 - a) Estudio de los sistemas de comunicaciones en la actualidad.
 - b) Estudio de los principales problemas y de la posible solución de los mismos.
 - c) Estudio de la tecnología MIMO (Multi-usuario).
 - d) Estudio de las agrupaciones en un sistema celular.
 - e) Estudio de la coordinación de las estaciones base.
- 2) Análisis teórico de las necesidades del proyecto
 - a) Desarrollo del modelo genérico.
 - b) Agrupaciones de un sistema coordinado.
 - c) Estudio tipos de precodificación para sistemas MIMO.
 - i) ZF
 - ii) MMSE
 - d) Análisis específico de las agrupaciones
 - i) Interferencias en el escenario de estudio.
 - ii) Ventajas
- 3) Implementación en la plataforma usada.
 - a) Familiarización con el entorno de la plataforma diseñada en Matlab.
 - b) Implementación de las agrupaciones, clusters.
 - c) Implementación de la precodificación.
- 4) Simulación y análisis de los resultados.
- 5) Redacción de la memoria del proyecto.

Duración del proyecto:

Asumimos jornadas laborales de 8h/día:

TAREA 1	DURACIÓN TOTAL = 84h
<i>1.a</i>	<i>12h</i>
<i>1.b</i>	<i>12h</i>
<i>1.c</i>	<i>24h</i>
<i>1.d</i>	<i>12h</i>
<i>1.e</i>	<i>24h</i>

TAREA 2	DURACIÓN TOTAL = 840h
<i>2.a</i>	<i>240h</i>
<i>2.b</i>	<i>120h</i>
<i>2.c</i>	<i>240h</i>
<i>2.c.i</i>	<i>120h</i>
<i>2.c.ii</i>	<i>120h</i>
<i>2.d</i>	<i>240h</i>
<i>2.d.i</i>	<i>120h</i>
<i>2.d.ii</i>	<i>120h</i>

TAREA 3	DURACIÓN TOTAL = 360h
<i>3.a</i>	<i>120h</i>
<i>3.b</i>	<i>120h</i>
<i>3.c</i>	<i>120h</i>

TAREA 4	DURACIÓN TOTAL = 360h
----------------	------------------------------

TAREA 5	DURACIÓN TOTAL = 480h
----------------	------------------------------

Tareas y tiempos totales:

TAREAS	DURACIÓN
TAREA 1	<i>84h</i>
TAREA 2	<i>840h</i>
TAREA 3	<i>360h</i>
TAREA 4	<i>360h</i>
TAREA 5	<i>480h</i>

TAREAS	DURACIÓN TOTAL = 2124h
---------------	-------------------------------

PRESUPUESTO:

Recursos Humanos	Saldo neto (€/h)	Horas (h)	Coste (€)
Desarrollador	12	2.124	25.488
Tutora	24	60	1.440
Total sin IVA	-	2.184	26.928
Total (21% de IVA)	-	-	32.582,88

Recursos Técnicos	Precio	Amortización*(€)	Coste **(€)
Software	-	-	1.905,75
Programa	129	10,75	18,25
Licencia	1.950	162,5	1.787,5
Hardware	-	-	-
Asus A52J, Intel Core i5	599	49,91	549,083
TOTAL			2.454,83

* Las amortizaciones se calculan en base a los 12 meses de trabajo.

** Los costes se calculan multiplicando la amortización por la duración del proyecto (Estimado en 11 meses)

	Coste (€)
Recursos Humanos	32.582,88
Recursos Técnicos	2.454,83
Total de Proyecto	35.037,71

BIBLIOGRAFÍA

[1]- A. Goldsmith, E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Paulraj, H. Vincent Poor, “MIMO wirelees communications”. Cambrige 2007.

[2]- Alexis Alfredo Dowhuszko, “Teoría de la Transmisión de Información sobre Canales MIMO Inalámbricos con Múltiples Usuarios”, Tesis Doctoral en Ciencias de la Ingeniería, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, Marzo 2010.

[3]- <http://pt.scribd.com/doc/60165166/67/MIMO-multiusuario-MU-MIMO>

Fecha de consulta: 28/11/2012.

[4]- <http://www.neoteo.com/4g-la-cuarta-generacion-de-sistemas-de>

Fecha de consulta: 5/10/2012.

[5] Felipe LLinares Lopez, “Clustering techniques for base station coordination in a wireless Cellular”, Proyecto fin de carrera, Escuela Politécnica Superior, Universidad Carlos III, Septiembre 2012.

[6]- Q.H. Spencer, A. Lee Swindlehursts, M.Haardt, “Zero-Forcing Methods for Downlink Spatial Multiplexing in Multiuser MIMO Channels”, IEEE Ttransaction Signal Procesing, vol 52, Issue 2, pp 461-471. Febrero 2004.

[7]- C. Shannon, “A mathematical theory of communication,” *Bell Sys. Tech. J.*, 1948.

[8]- Javier Muñoz Asensio “Comparativa de técnicas de precodificación ZF y MMSE en un sistema celular coordinado”, Proyecto fin de carrera, Escuela Politécnica Superior, Universidad Carlos III, Enero 2011.

[9]- O. I. Pérez Navarro, “Coordinación de multiples antenas en redes celulares para alcanzar una alta eficiencia espectral”, Proyecto fin de carrera, Escuela Politécnica Superior, Universidad Carlos III, Diciembre 2007.

[10] P.C Yanez Arias, “Estudio de los canales con desvanecimiento en redes fijas y moviles en sistemas de radio comunicación” Proyecto fin de carrera, Escuela Politécnica Nacional, Universidad de Quito.

<http://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/1455/1/CD-2729.pdf>

Fecha de consulta: 26/12/2012.

[11] http://www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1683-07892007000200009&lng=es&nrm=iso3

Fecha de consulta: 8/08/2012.

[12] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kanalmatrix_MIMO.png

Fecha de consulta: 23/09/2012.

[13] <http://pinsim.com/conceptos/que-es-un-cluster-en-la-telefonía-celular.html>

Fecha de consulta: 7/11/2012.

[14] <http://www.raymaps.com/index.php/soft-frequency-reuse/>

Fecha de consulta: 7/11/2012.

[15] <http://www.awe-communications.com/Propagation/MIMO/postProcessing.htm>

Fecha de consulta: 17/02/2013.

[16]- Juyul Lee, Nihar Jindal, “Dirty Paper Coding vs. Linear Precoding for MIMO Broadcast Channels”, Paper, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Minnesota.

[17]- Modelos de propagación

http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/trevino_c_jt/capitulo5.pdf

Fecha de consulta: 17/02/2013.

[18] Alejandro Medina Noguerales, “Estudio de sistemas celulares con coordinación entre estaciones base y ‘clustering’ ”, Escuela Politécnica Superior, Universidad Carlos III, Noviembre 2010.

